MECCANICA

DEL PROFESSORE PRIMARIO

ED ESAMINATORE

NICCOLÒ MASSA



TOMO II.

IDROSTATICA, E IDRODINAMICA

NAPOLI 1813.

Nella Stamperia dell' Istituto Politecnico Militare

Diretta da' Ludovico Sangiacomo.



Con permesso.

PARTE III.

IDROSTATICA.

Dell' equilibrio de' corpi fluidi.

Dall' equilibrio, e dal moto de' corpi solidi passsiamo a considerare l' equilibrio, ed il moto de' fluidi, che costituiscono l' oggetto dell' *Idrostatica*, ed *Idrodinamica*.

CAPO I.

Nozioni preliminari sulla natura, e sulle proprietà de' fluidi in generale.

295. Col nome di fluido intendiamo un ammasso di picciole molecole, affatto sciolte, e indipendenti le une dalle altre, che non avendo tra se veruna sensibile aderenza, ed in forza del calorico, o per effetto di qualsivoglia altra causa sdrucciolano liberamente le une sopra le altre, e quindi cedono agevolmente alla forza di gravità, o a qualunque altra, che lor s' imprime per metterle in moto.

Tale è la definizione della perfetta fluidità, ma fisicamente parlando non havvi corpo solido, o fluido (16), le cui parti non sieno aderenti le une alle altre con una certa forza, che non è la stessa in tutti, e che può variare in un medesimo fluido per diverse cause fisiche. *Lontani dalle questioni importune della Fisica sistematica non ci occuperemo ad investigare le ragioni della fluidità, che dall' epoca delle più antiche osservazioni fino a quella delle più recenti scoperte,* come riflettono alcuni illustri fisici;

divennero sempre men facili a determinarsi. I solidi tutti, che di continuo per mezzo di un' insensibile traspirazione si risolvono in fluidi per comporsi nuovamente in solidi ; e lo stesso durissimo diamante, che nel fuoco d' uno specchio ustorio svapora appoco appoco , e finalmente svanisce affatto dagli occhi ; l' acqua, che o si cangia in terra secondo il parere di Newton , o si trasforma in aria secondo gli esperimenti di qualche Chimico ; quel numero prodigioso di gaz, e di fluidi aeriformi, che sviluppansi nelle sostanze analizzate ; quel ben noto meccanismo chimico , che ora col fuoco, ed ora coi sali converte in fluidi i sassi, l' arene, i metalli, o reciprocamente riduce in solidi l' acqua , il vino , e perfino il mercurio : tutto questo forma sulla fluidità un cumolo di fenomeni , a cui non crediamo sì facile di adattare un' ipotesi.

Da ciò ben si comprende , che quantunque sembrar possa a primo lancio , che le particelle de' fluidi sieno dissimili da quelle de' solidi, egli è tuttavolta indubitato esser elleno della medesima natura , e perciò dotate delle stesse proprietà essenziali.

La Meccanica de' solidi è fondata, come abbiam veduto, su' principj metafisici , indipendenti dall' esperienza , la quale non serve poi che a determinare le quantità assolute ne' fenomeni particolari. Qualunque sia il numero, il valore , e la direzione delle forze , che agiscono su di un sistema di corpi solidi, si possono sempre rappresentare le condizioni dell' equilibrio , e del moto con formole analitiche più o meno semplici secondo che più o meno lo sono le condizioni del problema. La questione non è ne' medesimi termini nella Meccanica de' fluidi. In questa è ne-

necessario assolutamente cominciare a dedurre dalla sperienza le leggi, che le sono proprie. Imperciocchè, sebbene le particelle costitutive dei fluidi siano anch' esse soggette ai principj generali del moto, nulladimeno siccome per la picciolezza di queste parti ci è fin ora ignota la loro figura, la scambievole loro disposizione, e la causa della quasi spontanea mobilità, così non siamo al caso d' applicare alle medesime i principj medesimi. Se queste proprietà fossero tali da potersi esprimere col calcolo, le leggi dell' equilibrio de' fluidi non esigerebbero certamente una singolare teoria; elleno formerebbero un caso particolare de' principj generali della Statica; ma come non sono suscettibili d' essere esattamente, e con egual facilità sottoposte ai simboli algebraici, quindi è che per determinarle conviene ricorrere all' esperienza, cui principalmente ci siamo determinati attenerci (*), e seguendo le tracce dalla stessa indicate. Ciò non ostante non tralasceremo di dare opportunamente i principj di alcune verità più necessarie, e più facili sì a dimostrarsi che ad intendersi da' giovani principianti, ond' essi sieno anche al caso di comprendere il linguaggio, e le teorie di quegli autori, che trattano questa scienza co' principj metafisici, e col calcolo.

296. Alcuni Fisici distinguono il *liquido* dal *fluido*, come la specie del genere. Secondo questi un corpo è fluido allorquando le sue parti cedendo facilmente, quasi che da se stesse si spia-

(*) Vedi il nostro discorso preliminare a questi Elementi di Fisico-Meccanica Tom. I. pag. XXVII, ove trattando del metodo da noi seguito nel compilare da varii scrittori classici le Istruzioni Idrostatiche e citiamo opportunamente l' autorità del Bossut.

nano, ma la superficie loro superiore non sempre, nè sì facilmente s'adatta a livello; come avviene al fumo, alle esalazioni, ai vapori ec. In questo senso potrebbe dirsi che l'arena sottile, la cenere, qualunque ammasso di minimi granellini ec. sono fluidi. Ma, aggiungono essi, affinchè un corpo sia liquido, bisogna inoltre, che le sue parti siano talmente cedevoli, e mobili, che pel proprio peso si equilibrino, si spianino perfettamente, e formino una superficie orizzontale, come l'acqua, l'olio, il mercurio ec. Noi chiameremo indistintamente liquido, o fluido qualunque delle indicate sostanze, delle quali occorrerà favellare in questo Trattato.

297. I fluidi tutti possono distinguersi in fluidi *incompressibili*, ed in fluidi *elastici*. Si chiamano incompressibili, ed anche omogenei quelli, che non potendosi colle ordinarie forze di pressione, o percussione ridursi a maggiore, o minor volume di quello che naturalmente hanno in ciascuno dei loro strati, conservano sempre una densità uniforme, e la stessa mole. Tale è per esempio l'acqua. Difatti secondo l'esperienza de' primi Accademici di Firenze, ripetuta poi da molti Fisici, se si racchiude dell'acqua in una palla scavata d'oro, d'argento, di rame, di stagno, o di piombo; e poscia in qualunque modo questa si comprime fortemente, si vedrà che l'acqua non può ridursi a minor volume, e che si fa strada in guisa di ruggiada a traverso l'involto, che la contiene, anzicchè diminuir di volume: lo stesso succede del vino, del mercurio ec. Ma si osserverà che questa compressione impossibile per i mezzi soliti ad usarsi, o che almeno non potrebbe divenir sensibile se non impiegando forze molto più grandi, che non lo permetto-

no nè la natura de' nostri agenti, nè quella delle materie, di cui si fa uso in queste esperienze, si osserverà, dico, che questo effetto si ottiene assai facilmente, e con molta prestezza per l' azione del caldo, e del freddo, o con altri mezzi. Così, a massa uguale, l' acqua calda occupa un maggior volume che l' acqua fredda. Un certo grado di elasticità, di cui gode l'acqua riflettendosi su de' corpi, ove s' imbatte; il servir anche di veicolo alla propagazione del suono; il dilatarsi e ristringersi una pellicola, dirò così, di questo fluido nell' ordinario trastullo de' fanciulli, allorchè con una cannuccia ne formano delle bolle, o palloni nell' aria, e simili esperimenti non escludono totalmente l' idea di un qualche grado di compressibilità ed elasticità nell' acqua. Su di che tutti i Fisici convengono. Il mercurio, che si tenterebbe in vano di condensare, o di dilatare per mezzo di pesi, o percosse, è estremamente sensibile alle impressioni del freddo, e del caldo: si condensa per l' uno, e si dilata per l' altro con una grande mobilità, come se ne può giudicare da' Termometri. Si vede perciò che relativamente a' fluidi incompressibili, le forze ordinarie debbono riguardarsi come nulle per rapporto alle forze d' espansione, o di contrazione prodotte dall' azione del caldo, o del freddo, e da altre naturali cagioni.

Fluidi elastici, compressibili, ed eterogenei ne' varj strati, sono quelli, che possono ridursi in un volume più, o meno piccolo secondo che sono più o meno compressi, e che non in tutti i stati sono di ugual densità come l' aria, la fiamma, il vapore, i gaz ec. Non v' è bisogno d' avvertire, che queste due classi di fluidi non devono riguardarsi come geometricamente separa-

te l' una dall' altra. Fluidi o solidi (della luce infuori) perfettamente elastici non esistono : nella natura tutto va per gradazione, ma qualche volta siamo obbligati ad esaminare nelle nostre ricerche i casi estremi, affine di meglio distinguere gli effetti relativi alle differenti qualità, che possono trovarsi in un corpo, ed assegnare a ciascuna di queste qualità le funzioni sue proprie, e non quelle d' un altra.

298. L' oggetto dell' Idrostatica è precisamente, come già altrove accennammo, l' equilibrio, o la quiete de' fluidi. I varj strati, o colonne componenti un fluido diconsi in quiete, quando le molecole del fluido da niuna intrinseca, o estrinseca forza sono costrette a cangiar di luogo. La fermentazione intestina, l' azione non impedita della gravità, il vento, il fuoco; e tante altre cagioni turbano questa quiete, e mettono il fluido in moto.

299. Come intendesi per gravità assoluta quella, che hanno i corpi sotto a volume qualunque; così per gravità *relativa*, o *specifica* intendiamo quella, che nè distingue, e caratterizza la specie; ed è il vario lor peso, o gravità allorchè hanno un volume uguale.

Quindi le gravità specifiche di due corpi sono come le masse, che hanno sotto a volumi uguali, e conseguentemente sono proporzionali alle loro densità. Ritenendo dunque le consuete denominazioni, e chiamando R, r le gravità relative, o specifiche di due corpi, sarà

$$R : r = D : d$$

E poichè $G : g = M : m = WD : wd$, (6)

Sarà $G : g = WR : wr$, ed

$$R : r = \frac{G}{W} : \frac{g}{w}$$

vale a dire le gravità specifiche de' corpi qualunque sono nella ragione diretta delle assolute, e della reciproca de' volumi; quindi si può in certo modo dire, che la gravità specifica uguaglia il peso diviso pel volume; perciò sarà anche

$$W : w = \frac{G}{R} : \frac{g}{r}$$

Infine se $G = g$ sarà $W : w = r : R$, cioè le gravità specifiche in ragione inversa de' volumi quando le gravità assolute, o i pesi sono uguali: e viceversa se le gravità specifiche sieguono la reciproca de' volumi, le gravità assolute sono uguali.

CAPO II.

Dell' equilibrio, e della pressione de' fluidi.

Tutto ciò che riguarda la pressione, e l'equilibrio de' fluidi, verrà prima da noi dimostrato col raziocinio ricavato dalla natura de' fluidi medesimi, e poi dall' esperienza.

Dell' equilibrio, e della pressione de' fluidi in generale ricavata dalla natura de' medesimi.

300. Per dar un' idea dell'equilibrio de' fluidi ricavato dalla natura loro, io così ragiono. Le molecole componenti un fluido sono come tutti gli altri corpi dotati di gravità, ed hanno inoltre una *perfetta mobilità*, per cui cedono essi ad ogni impulso, in modo che, come dice Eulero, qualunque forza, o pressione se gli comunichi, nello stato di equilibrio, questa si distribuisce ugualmente a tutte le parti componenti la

massa fluida (*). E quantunque in qualche fluido tale mobilità perfetta non ritrovisi per effetto di modificazioni accidentali, nulladimeno trovasi così grande ne' fluidi, che più c' interessano, che generalmente può supporsi perfetta per rendere più semplice la teoria, i di cui risultati quando più non convenissero con quelli dell' esperienza, allora si correggerà l' una coll' altra, come a suo luogo faremo osservare. Egli è dunque chiaro, che dal peso, o gravità generale combinata colla grande mobilità de' fluidi nasce la *condizione* necessaria all' *equilibrio*, o *riposo* de' medesimi. Infatti ogni loro molecola sollecitata dal peso a discendere, cede alla sollecitazione in virtù della sua mobilità, e realmente discende finchè può.

Ora è evidente, che in un vaso pieno di fluido posto in moto, e agitato, le molecole posson discendere finchè l'esterior superficie del fluido forma un piano in qualunque modo inclinato; dunque perchè il fluido contenuto in un vaso si ponga in equilibrio con se medesimo, è necessario che la sua esterior superficie divenga orizzontale, e perciò anche normale in ogni suo punto alla direzione della gravità, per quanto abbiamo dimostrato parlando dell' equilibrio de' corpi ne' piani inclinati, e negli orizzontali; e chiamando questa posizione orizzontale *piano di livello*, diremo che *per la condizione di equilibrio in un fluido qualunque fa d' uopo che la superficie dello stesso si componga a livello.*

(*) Vedasi Eulero Nouveaux Com. de S. Petersbourg. Vol. 13 Prony Architecture hydraulique, Alembert, Traité des fluides et Bossut, Hydrostatique.

301. Essendo la superficie della Terra prossimamente sferica, non è già il livello un vero, e geometrico piano, ma una porzione di sferica superficie, il cui centro è il centro medesimo di questo globo terracqueo, giacchè in questa sola disposizione delle molecole fluide la direzione della gravità è in ogni punto normale all' esterior superficie del fluido, come si richiede. Con ciò si determina quale di due dati luoghi sia più vicino al centro della Terra, e si conosce in conseguenza se l' acqua stagnante in un luogo possa col mezzo di tubi, o di canali venire in un altro, poichè condotte, e misurate con esattezza fino al livello poposto le verticali, si troverà l'inclinazione, o declività de' due luoghi, come già si è dimostrato negli Elementi di Geometria pratica. A ciò si riduce l' arte di livellare, di cui si fa un uso sì grande nella Società o si tratti di derivazioni di fonti, o di regolamenti di Fiumi, o di delineazioni di strade ec.; ma i varj metodi egualmente proprj alla livellazione, i diversi istromenti più, o meno comodi, e più o meno accurati, che possono adoperarvisi, gli sbagli considerabili, che per la più piccola negligenza vi si possono commettere, e le cautele, che conviene osservare per evitargli non appartengono a questo luogo.

302. Partendo dalla stessa natura de' fluidi se ne comprenderà *la legge di pressione*. Qual'è lo stato delle molecole fluide nel caso di equilibrio? In virtù della loro gravità, e mobilità, è tale, che le inferiori sostengono le superiori, e da queste vengono premute in modo che nguagliandosi queste azioni vicendevoli delle molecole, esse rimangono in quiete. Quindi se nel vaso *ABCD* pieno d'acqua in riposo, si con- Fig 113

sideri la molecola, o goccia media G dell' ultimo strato; la pressione, ch' ella soffre, sarà espressa dal peso p della colonna, o diciam così del filo fluido GE, che le sovrasta verticalmente nella direzione della gravità; ma $p=rw$, e qui nel nostto caso w è un prisma, o cilinero, che ha per base la base b della goccia G, per altezza la verticale GE, e per solidità il prodotto $b \times GE$; dunqne la pressione $p=b\times GE \times r$. Nè tal pressione può turbar l' equilibrio, poichè per imprimere un movimento alla goccia G converrebbe o che cedesse il fondo del vaso, che non si suppone debole, o che si movessero le gocce laterali, che sostenute di fianco dalle pareti del vaso, e premute al disopra come G, ne elidono l' azione con una contraria, ed ugual reazione. Che se ora aumenti il vaso a piacere, e si scelga un' altra goccia qualunque Q, è manifesto, che lo strato d' acqua contiguo alle pareti, ed al fondo, farà figura di parete, e di fondo riguardo allo strato seguente; questo lo farà riguardo al suo vicino, e così sempre, di modo che la pressione della molecola Q sarà come prima $=p\times OB\times r$.

Sia il recipiente pieno d'un fluido tranquillo, e si voglia la pressione, che soffra la minima particella, o elemento V delle sue pareti. È manifesto che l' elemento premuto dalla base della molecola contigua m, onde tutto si riduce a a determinare la pressione di m. Supponghiamo, che m sia premuta da una forza HV: e se HV sia obliqua alla molecola m, o alla parete del recipiente, potrà risolversi nelle due forze HG, IH, l' una parallela, e l' altra normale ad IV. Quanto alla forza $IH=GV$ ella è vinta dalla resistenza del vaso, in cui direttamente s' incontra,

e non produce alcun movimento nella molecola m; non così la forza $HG=IV$, che non trovando resistenza, spingerebbe la molecola m verso A: ma per ipotesi il fluido è in quiete; dunque la forza, che preme m non può mai essere obliqua alla parete AD; le sarà dunque normale, e normale sarà perciò la pressione contro la parete medesima. Ciò che si dice della molecola m contigua al recipiente, dee intendersi di qualunque altra facendo ciascuna, come già osservammo, la figura di parete riguardo a ciascun' altra: onde può stabilirsi, *che ogni molecola d'un fluido in quiete è premuta da due forze uguali, opposte, e normali*; senza di che il fluido sarebbe in moto.

Nel vaso obbliquo *abcd* risolvendo la pressione secondo la direzione *ef* nelle due *cg*, *gd*, si scorge chiaramente, che la sola *cg* opera contro il fondo, e che la rimanente *dg* è intieramente diretta contro i lati del vaso. Fig. 112

Generalizziamo ora l'enunciata verità applicandola alla pressione, che soffre una superficie qualunque. Sarà evidente che *essendo in quiete un liquido contenuto in un vaso ADCB, e sottoposto alla sola azione della gravità; la somma delle pressioni perpendicolari, che soffrono tutti gli elementi d'una parte qualunque DFC del fondo, o delle pareti, è uguale al peso d'una colonna, che avrebbe per base la detta superficie, e per altezza la distanza verticale FE del centro di gravità F della parte medesima premuta, dalla superficie AB del fluido.* Supposta infatti la detta superficie divisa in un'infinità di elementi D, E, C, ec. e condotte le verticali Dd, FE, C alla super- Fig. 113

ficie del fluido, le pressioni perpendicolari, che soffrono i detti elementi vengono rappresentate rispettivamente da prodotti $r \times D \times Dd$, $F \times F \times FE$, $r \times C \times Cc$. Or se si considerano questi prodotti come i momenti di tanti piccioli pesi per rapporto al piano di livello del liquido, si avrà
$r \times D \times Dd + r \times F \times FE - r \times C \times Cc = r \times DFC \times FE$, come erasi enunciato. Dal che si concepisce poter succedere che la pressione del fondo d' un vaso, ed il peso totale del liquido contenuto nel vaso istesso sieno quantità differenti, del che torneremo a far parola. Quando però si avesse un vaso pieno per esempio d' acqua da sollevare verticalmente, o da sostenere su di un piano inclinato, bisogna aver riguardo, nel calcolo della potenza, al peso assoluto dell' acqua, e del vaso; e non alla pressione contro il fondo, e contro i lati; poichè allora si può considerare tutto il sistema, come se formasse una sola, e medesima massa solida.

Fin quì guidano i principj Meccanici, ed il raziocinio: la sola esperienza potea generalizzar la teoria, e mostrarci col fatto, *che una molecola d' un fluido in equilibrio è premuta ugualmente per ogni verso*, ***e la pressione equivale al peso d' un prisma dello stesso fluido, che abbia per base la molecola stessa, o l'elemento premuto e per altezza la sua distanza dal piano di livello.***

303. Da ciò, che fin ora ho dimostrato, si scorge, che l' essenziale del recipiente destinato a contenere un fluido in equilibrio è la proporzione de' suoi lati, e del suo fondo con lo sforzo, o pressione continua delle molecole fluide. Onde non solo la materia del vaso, e la sua capacità sono affatto indifferenti all' equilibrio, ma anche

la sua figura. Poichè in un vaso pieno d'un fluido stagnante considerate quelle sole molecole, che formano uno strato qualunque arbitrario, è certo che l'equilibrio risulta da una determinata resistenza, che esse fanno alle loro contigue; dunque se queste molecole si concepiscano tolte dallo strato, in cui sono, e subito rimpiazzate da una materia qualsisia dotata della medesima resistenza, tutto rimarrà necessariamente nello stato di prima; perciò la figura del vaso non altera l'equilibrio; ed in conseguenza *comunque si faccia la comunicazione tra due, o più recipienti di varia figura, e diametro, il fluido contenuto in essi avrà sempre lo stesso livello*. Torneremo altrove a questo teorema, e gli daremo allora l'universalità, che gli conviene. Ecco intanto perchè i canali, ed i pozzi di qualunque diametro comunicanti fra loro, o con un vicino fiume, crescono, e scemano concordemente d'una pari altezza. I soli tubi angustissimi, o capillari, de' quali tratterassi nella Fisica, per altre ragioni fanno abbandonare ai fluidi questa legge: e mentre il mercurio non giunge in essi al piano di livello, l'acqua, l'olio, il vino ec. lo sormontano.

304. Quanto finora abbiamo stabilito relativamente all'equilibrio de' fluidi incompressibili ha luogo ne' fluidi elastici, mentre il peso, e la perfetta mobilità, d'onde risulta ciò che abbiamo determinato, non hanno alcun vincolo necessario con l'elasticità, che perciò non può turbarne, o modificarne gli effetti: ma l'equilibrio de' fluidi elastici ha delle proprietà particolari, di cui mancano gli incompressibili. Infatti questa è la natura de' corpi elastici, che la loro forza di restituzione eguaglia esattamente quella di compressione: dal che subito si deduce che in un fluido

tranquillo, e compresso dal proprio peso, la forza elastica, ch'io chiamo f, è uguale alla pressio-
Fig. 11 ne, ch'ella soffre, e perciò $f=p=b\times FE\times r$. Egli è però necessario qui di riflettere che la quantità r, non è più una quantità costante, come nei fluidi privi di elasticità, ma varia in ciascuno strato di questo fluido elastico.

Perciò se la distanza d'una molecola E dall'ultima F sia $FE=x$; la grossezza, o altezza della molecola E sarà dx; e potendosi per tutto il tratto di questa infinitesima altezza suppor costante la gravità specifica r, l'azion di questa molecola sull'altra F sarà $b\times rdx$; e integrando, l'azione di tutte le molecole contenute nella verticale EF, ovvero la totale pressione contro la molecola G, sarà $p=f=b\int rdx$: ove è chiaro che per effettuar l'integrazione conviene esprimere in x la variabile r; dunque *la pressione d'una molecola F nei fluidi elastici non solo si stima dal solito prisma $b\times FE$, ma ancora dalla particolare specifica gravità di ciascuna molecola contenuta nella verticale FE.*

Tale è appunto il caso dell'aria, fluido ampiamente diffuso intorno a noi, la cui elasticità dimostreremo a suo luogo coll'esperienze; le quali provano inoltre, *che una massa d'aria da forze sempre maggiori compressa si riduce in volumi reciprocamente proporzionali alle forze comprimenti, e che le densità di una massa d'aria diversamente compressa sono proporzionali alle forze, o pesi comprimenti, e perciò anche alle forze elastiche dell'aria nei diversi stati di compressione.*

Deesi però osservare, che questa proporzione tra le densità dell'aria, e i pesi, che la comprimono, probabilmente non ha luogo nei casi estre-

mi; essendo inverisimile affatto, che una quantità d'aria caricata d'un peso infinito si riduca in un volume infinitesimo, o che premuta solo da una forza infinitesima possa espandersi in un volume infinito. La nostra proposizione dunque si avvera nelle sole *densità medie*; giacchè queste sole possono sottoporsi all'esperienza, e di queste sole si ha bisogno negli ordinarj usi della vita.

DELL' EQUILIBRIO, E DELLA PRESSIONE DE' FLUIDI RICAVATA DALL' ESPERIENZA.

305. I.° Ci dimostra la cotidiana esperienza, che un fluido qualunque versato in un vaso allora è tranquillo, e in quiete quando la sua superficie è parallela a quella che ha l' acqua nel mare tranquillo, vale a dire allorquando è in un piano orizzontale. E se questo fluido si agita, cessata l' azion della causa motrice, si riduce di nuovo alla quiete, e compone la sua superficie nuovamente in un piano orizzontale. *Dunque le scambievoli azioni delle molecole di un fluido in moto vengono ad equilibrarsi nello stato di quiete, e quando la superficie si fa orizzontale, cioè quando si compone a livello*. Potrassi dunque una massa fluida considerare composta o da colonne verticali, o da strati orizzontali formati dalle parti della medesima. E per conseguenza in un fluido quieto, e che sia omogeneo, val dire della medesima densità da per tutto, *la pressione verticale ne' diversi strati va crescendo a proporzione che crescono le loro distanze dalla sua superficie*; e nella stessa ragione va anche crescendo la reazione delle parti compresse; poichè le parti del primo strato premono quel-

le del secondo collo sforzo della loro semplice gravità, quelle del secondo premono le altre del terzo col doppio dello sforzo della loro gravità, e così appresso: e viceversa quelle de' strati inferiori ripremono da giù in su, essendo sempre alle azioni uguali, e contrarie le reazioni.

306. II.° Prendasi un tubo, o un cannello, che sia aperto nella parte superiore, ed abbia un foro o nel fondo, o in uno de' suoi lati, ed immergasi questo tubo o verticalmente, oppure obbliquamente in un fluido qualunque in modo che il detto foro possa aprirsi a qualsivoglia profondità; si osserva che il fluido entrando nel tubo pel foro aperto giunge sempre a quella stessa altezza, che ha nel vaso, qualunque siasi la figura del vaso, ed in qualsivoglia modo s' immerga. Dunque l'esperienza insegna 1.° che *la pressione de' fluidi non solo si fa per direzione verticale da su in giù, e da giù in su, ma anche per qualunque direzione laterale*, 2.° *che le pressioni laterali uguagliano ovunque le verticali*; perchè a quanta altezza viene nel tubo sostenuto il fluido dalla pressione verticale, a tanta è pure sostenuto dalla laterale: e 3.° *Vanno anche queste pressioni laterali crescendo a proporzione della distanza dalla superficie.*

III.° Che la pressione de' fluidi si manifesti secondo tutte le direzioni può comprovarsi con quest' altro esperimento. Riempiasi d'acqua sino
Fig 11 in *A* il vaso *CDGF*, cui è unito il tubo *BA*. Si aprano i buchi *H*, *K*, *L*, si vedrà, che l'acqua esce da ciascun buco, e con impeto maggiore a misura che il buco è più distante dalla superficie *A* dell' acqua: e si vedrà che la direzione, in cui questo fluido esce, è d'alto in basso nel buco *L*, orizzontale nel buco *K*, e di basso

in alto nel buco *H*. Nell'impeto adunque, e nella direzione dell'acqua si ravvisa l'effetto di una pressione continuata, la quale agisce in tutte le direzioni. Ecco comprovate dall' esperienza le verità già sopra dedotte col raziocinio.

507. Da ciò s' intende ancora che se in un fluido omogeneo, ossia ugualmente denso, sia immerso un corpo, il fluido eserciterà la sua pressione su ciascuno degli elementi della di lui superficie con tanta forza, quanta uguaglia il peso d' una colonetta dell' istesso fluido, che ha la base uguale al detto elemento, e l' altezza uguale alla distanza del medesimo elemento dalla superficie del fluido. Dunque l' intera pressione, che soffre una superficie premuta uguaglia la somma de' pesi di tutte le infinite colonette del medesimo fluido, i volumi delle quali si hanno con moltiplicare gli infiniti elementi della superficie premuta per le rispettive distanze che hanno dalla superficie del fluido: vale a dire si ha la pressione di una superficie qualunque con *moltiplicare l' intera superficie per la distanza del suo centro di gravità dal piano di livello*.

Or avendo già veduto essere indifferente (rapporto al valore della pressione) che ad uno strato di molecole fluide si sostituisca una parete, che faccia le loro veci, oppure alla parete, o superficie premuta si sostituisca uno strato di parti fluide, è chiaro che in generale *un recipiente soffre un egual pressione o il fluido lo riempia, o lo circondi*.

508. Egli è ben agevole ora il comprendere che la pressione esercitata da un fluido sul fondo di un vaso di qualunque figura non è già in ragione della quantità dal fluido in esso contenuto; ma bensì in ragione dell'altezza verticale del fluido

moltiplicata pel fondo del vaso. Ricorriamo agli esperimenti. Prendansi due vasi di egual fondo, uno Fig. 116 de' quali sia cilindrico *ABCD* e l'altro conico, come *PQRS*. Sieno i loro fondi ambidue mobili per via di una cerniera, ma sieno levigati in modo, che possano combaciar perfettamente cogli orli inferiori de' loro vasi rispettivi, qualor si mantengono compressi contro di quelli col mezzo de' rispettivi uguali pesi *E*, *H*, i cui cordellini passando sulle girelle *F*, *G* vadano poi a legarsi su i fondi divisati *AD*, *PS* ne' siti *X*, e *Z*. Si incominci a versar dell' acqua nel vaso cilindrico, e si prosiegua a versarne dolcemente fino a tanto che la pressione di quest' acqua vinca lo sforzo, che fa il peso *E* per ritenere il fondo *AD* compresso contro l' orlo inferiore del vaso, sicchè essendo quello obbligato a cadere, l' acqua si veda scorrere al di fuori del fondo del vaso stesso. Si noti esattamente l' altezza, che aveva il fluido versato in questo vaso *ABCD* allorchè il fondo *AD* incominciò a staccarsi dal suo orlo, e quindi a dar esito all' acqua. Supponiam ch' ella sia di 10 pollici. Si faccia poscia lo stesso coll' altro vaso conico *PQRS*: e si vedrà che il suo fondo *PS* non s' incomincierà a staccare dal suo orlo, e il peso *H* non sarà in conseguenza vinto dalla pressione dell' acqua se non se qualora sarà questa giunta alla medesima altezza, a cui ella era nel momento che l' altro fondo *AD* principiò a staccarsi del suo vaso corrispondente, che val quanto dire all' altezza di 10 pollici. Or i pesi *E*, *H* essendo uguali nelle stesse circostanze fan chiaramente vedere che le pressioni del fluido, da cui è stato superato il loro sforzo, han dovuto esser uguali. Ma queste non si sono prodotte se non col fluido versato in ambidue i vasi fino alla

medesima altezza. Dunque è indubitato, *che i fluidi premono in ragione della loro base, ed altezza, e non già in ragione delle masse.* Quindi *la pressione di un fluido su di un fondo orizzontale si misura dal peso di un volume del medesimo fluido, che abbia per base il fondo stesso del vaso, e per altezza la distanza del fondo dal piano di livello.*

309. Ecco impertanto derivato da ciò un solenne paradosso proposto per la prima volta dal celebre Pascal; cioè a dire, che per via di una minima quantità di acqua si può produrre uno sforzo uguale a quello, che si produrrebbe da una enorme massa del fluido stesso, oppur da qualunque altro peso considerabilissimo. Ciò sembrerebbe incredibile, se non fosse comprovato dall' esperienza. Si è detto che un fluido omogeneo anche in tubi di diverso diemetro comunicanti s' innalza sempre ad uguali altezze, perciò una picciola quantità di fluido contenuta nel sottil tubo *AB* bilancia lo sforzo prodotto dalla massa Fig. 117 molto maggiore contenuta nel tubo grande *CD*; così che se il diametro di *AB* fosse di un pollice, e quello di *CD* di 100, supposto che i detti tubi fossero uguali in altezza, le masse di acqua, di cui sarebbero ripieni, si bilancerebbero a vicenda, e conseguentemente una libbra di acqua nel piccolo tubo *AB* uguaglierebbe la pressione di centinaja di libbre dello stesso fluido contenuto in *CD*. Tuttàvolta però ne trarremo una luminosa pruova nel *mantice idrostatico*. Consiste questo ne' due pezzi rotondi di legno *AB*, Fig. 118 *CD* i quali formano il fondo, e il coverchio del vaso *CB*: nel giro di cuojo *EF*, che ne costituisce le pareti, le quali ne chiudono la capacità esattamente, e nel tubo curvo *FG*, che comu-

nica con quella. Il fil di ferro I è fissato sul coverchio AB; ed in esso s' infilano varj pezzi di piombo cilindrici simili ad H. Si versi tanta acqua dentro il mantice pel tubo GO quanta è necessaria per cominciar a sollevare il coverchio AB, e si adattino su di esso alcuni de' mentovati pezzi di piombo. Dopo di che proseguendo a versar dell' acqua dentro al tubo GO, scorgerassi immediatamente, che la picciola porzione di essa contenuta in siffatto tubo sarà valevole a superar la resistenza o il peso di codesti pezzi di piombo, e sollevargli unitamente al coverchio AB in forza della sua pressione contro del medesimo. E però supponendo l' altezza del tubo FG notabile, e nel tempo stesso il suo diametro piccolo, si vede benissimo, che la lieve quantità d' acqua, di cui fosse egli ripieno, sarebbe sufficientissima a sollevare anche migliaja di libre, e mantenerle ivi costantemente equilibrate, quando il coverchio, e le pareti del mantice fossero forti abbastanza per poterle sostenere senza rompersi.

310. Che le colonne di fluido premano ugualmente in ragion dell' altezza non solo il fondo, ma anche i lati del vaso si può comprovare, oltre a ciò che si è già indicato, con un altro esperimento assai facile, e decisivo. Abbiasi un
Fig. 115 vaso, e sia $GFCD$, il quale sia guernito di due orificj uno nel sito L del suo fondo, e l' altro in uno de' suoi lati, e propriamente nel sito G immediatamente contiguo al fondo divisato. Chiudasi bene prima l' orifizio G, e si otturi l' orifizio L con un turacciolo di sughero, il quale vada mollo lindo cosicchè non sia necessario di fare una notabil forza per estrarnelo. Indi si versi bel bello l' acqua nel vaso fino a tanto che la pressione di quella cacci fuori dell' orifizio il mentovato tu-

racciolo L, e si noti cotesta altezza. Si chiuda poscia ben fermo il foro L, e si otturi col turacciolo adoperato diansi l' altro orifizio laterale G, versando nuovamente dell' acqua dentro il vaso, si vedrà, che qualora la medesima sarà giunta all' altezza di prima già notata, caccerà fuori di un tal orifizio laterale l' anzidetto turacciolo. Segno evidentissimo di quanto si è sopra asserito. Dal che si apprende che nella costruzione de' vasi, specialmente in quei di gran portata convien badare moltissimo, che i fondi non meno, che le parti laterali a quegli adiacenti sieno assai fermi, e robusti, meno importando che le parti superiori sieno più deboli; conciossiachè abbiam veduto che la pressione del fluido in essi contenuto va diminuendo a misura che la base della sua colonna si trova più elevata dal fondo del vaso. Ma vedesi che in alcuni paesi per imperizia di chi lavora detti vasi, si fa tutto l' opposto, singolarmente ne' vasi, e recipienti di vetro, e di cristallo, ove tale avvertenza sarebbe più necessaria. Egli è dunque manifesto, che i corpi tuffati nell'acqua soffrono una maggior pressione a misura che sono immersi ad una maggiore profondità. Ce ne somministrano una prova non equivoca quei che dai latini dicevansi *urinatores*, ed in nostra favella chiamar si sogliono *palombari*: ossia coloro i quali si sommergono sino al fondo del mare affin di raccorre delle conchiglie produttrici di perle, o altre preziose produzioni quivi naturalmente generate, oppure altre cadutevi per cagion di naufragio di qualche ricca nave. E tale la pressione, che essi soffrono qualora lavorano ad una certa profondità, che obbligando ella il sangue a forzare le boccucce dei

mente è uguale al triplo del peso del fluido, che riempie la stessa sfera. Quindi la pressione contro tutta la premibile superficie del cilindro circonscritto alla sfera è sesquialtera della pressione contro la superficie delle sfera. Onde quella proporzione, che Archimede con tanta gloria discoprì fra le superficie, e le solidità del cilindro circoscritto, e della sfera, si estende anche alle pressioni, che soffrono le superficie di questi due corpi riempiuti d'acqua. 4.° Se sopra di un fondo poligono si costruiscano tre vasi d'uguale altezza, il primo in figura di piramide, ma più stretta in alto, che in basso; il secondo di figura prismatica; il terzo di figura pur di piramide, ma tronca, e più stretta in basso, che in alto; la pressione del fluido contro il fondo supererà nel primo, uguaglierà nel secondo, e sarà minore nel terzo vaso del peso totale del fluido contenuto in ciascun di essi. 5.° L'acqua, che riempie un vaso conico posato sulla sua base orizzontale, preme la superficie curva con uno sforzo eguale al peso di tant' acqua quant'è il prodotto di questa superficie moltiplicata per due terzi dell' altezza del cono; essendo il centro di gravità di detta superficie conica ai due terzi della sua altezza contando dal vertice. Ma se il vaso conico si capovolge sicchè la base sia superiore, allora la pressione contro la superficie curva è la metà della precedente. Lo stesso è relativamente alla superficie d'una piramide. Da tuttociò si vede quanto differisca da quella de' solidi l'azione de' fluidi, mentre supposto che improvvisamente si assodasse il fluido nelle due piramidi tronche, la pressione contro il fondo eguaglierebbe sempre la totalità del peso. Se si trattasse però di sollevare o di trasportare un vaso pieno di fluido, sarebbe

ridicolo il mettere in conto la pressione contro le superficie laterali, ed il fondo; poichè è evidente, che per sollevare il vaso basta vincer lo sforzo della gravità, la cui azione non dipende dalle pressioni, ma dalle masse totali, come già si è avvertito. 6.° Dato il fondo orizzontale di un vaso o che i lati sieno ad esso perpendicolari, o inclinati, o vaso divergente, o convergente, riempito ciascun vaso di fluido d' ugual densità, e ad uguali altezze, i fondi di detti vasi soffrono ugual pressione, ancorchè le quantità di fluido contenute in tali vasi sieno disugualissime, e ancorchè in uno il fluido appoggi sul fondo obbliquamente, e negli altri perpendicolarmente, come dalle indicate esperienze facilmente si comprova. Non occorre avvertire che se si trattasse di fluidi di diversa natura, o gravità specifica, converrebbe aver riguardo anche alla loro densità, come già accennammo. Ond' è, che in due vasi perfettamente uguali non meno in fondo, che in altezza, uno de' quali fosse riempiuto di mercurio, e l' altro di acqua, la pressione sul fondo del primo sarebbe 14 volte maggiore che sul fondo dell' altro, per essere la gravità specifica del mercurio presso a 14 volte maggiore di quella dell' acqua. Finalmente se il vaso contenesse più fluidi di diversa densità, allora dovrebbesi considerare ciascun fluido in particolare, e determinare la pressione, che egli esercita separatamente sulla parete, o superficie premuta, si faccia questa pressione direttamente, o medianti gli altri fluidi situati sotto quello. Prendendo poi la somma di tutte queste pressioni, si avrà la pressione totale esercitata sulla indicata superficie.

Fig. ... 512. Dalla legge di pressione si può anche ricavare la legge d' equilibrio de' fluidi omogenei,

ed eterogenei fra di loro. Se nel vaso *ACD* a braccia disugualissime si versa dell'acqua, abbiam detto che osservasi rimanere le parti del fluido in quiete allorchè ha le sue superficie in *B*, e in *P* nell' istesso piano di livello. Così è, e così deve essere; imperciocchè nello stato di equilibrio qualunque strato orizzontale *LM* di tale fluido deve coll' istessa forza esser premuto dal fluido *MLPO*, che dal fluido *MLCB*; e queste pressioni sono in ragion composta degli strati compressi, e delle altezze, o distanze dal piano di livello. Ma tali pressioni, essendo l'istessa superficie premuta *LM*, sono nella ragione delle distanze del piano *LM* dagli piani *PO*, *BR*, nei quali si trovano le superficie delle due colonne fluide; dunque essendo uguali le pressioni, uguale esser devono ancora le dette distanze; e perciò *i fluidi omogenei si equilibrano ad uguali altezze, o all' istessa linea di livello.* Quindi, come ho indicato altrove, comunicando più acque, esistenti in siti diversi, per canali, le superficie di tali acque debbono essere in un' istesso piano orizzontale, ancorchè l'acqua di un sito sia immensamente maggiore di quelle, che sono negli altri siti. Ma derivando il livello dell'acqua, e d'ogni altro fluido dalla gravità delle sue particelle, per la cui forza tendono elleno costantemente verso il centro della terra, la cui superficie è di forma sferoidale; ognun concepisce che a tutto rigore le superficie de' fluidi naturalmente livellate sono alquanto curve. Di ciò non possiamo accorgerci nelle picciole superficie, la cui curvatura appena differisce da una linea retta; ma nei gran tratti di mare riesce ella sensibilissima, nascondendoci la maggior parte delle navi, qualor si trovano in

una certa distanza, o facendoci scuoprire soltanto le cime dei loro alberi; siccome all' opposto ritrovandoci noi in alto mare, ci vieta la vista delle città edificate lungo il lido, oppur ci permette di scorger tutt' al più le sommità dei campanili, delle torri, e di altri edifizj assai elevati.

313. Le pressioni, che soffrono due superficie qualunque, come abbiamo dimostrato, devono calcolarsi dalle ragioni delle gravità specifiche dei fluidi prementi, delle superficie premute, e delle distanze de' centri di gravità delle medesime superficie premute da' piani di livello de' fluidi medesimi. In conseguenza se saranno uguali e le pressioni, e le grandezze delle superficie premute, saranno le gravità specifiche de' fluidi prementi in ragione reciproca delle distanze de' centri di gravita delle medesime superficie premute dalle superficie de' fluidi prementi. Sia il vaso *ABCD*; che ha le braccia comunque disuguali e vi s' infondano da *A* successivamente due fluidi di gravità specifica diverse. Sia *LM* il piano, che nello stato di quiete separa i due fluidi, piano che deve essere orizzontale, altrimenti vi sarebbero strati orizzontali, in cui non tutte le parti premerebbero ugualmente. Supponiamo uno dei fluidi occupare lo spazio *BRCLM*, e l' altro occupare lo spazio *MLNE*. Per le pressioni uguali, che debbono fare i due fluidi contro l'istesso piano *LM*, sarà la gravità specifica del fluido *BRCLM* alla gravità specifica dell'altro *MLNE*, come la distanza della superficie di livello *EN* dal piano dello strato *LM*, alla distanza della superficie *BR* dall'istesso strato *LM*. Per la qual cosa se il primo fluido sia acqua, e l' altro sia mercurio, misurando le distanze delle superficie *NE*,

BR dal piano *LM*, la ragion reciproca di tali distanze uguaglia la ragione delle indicate gravità specifiche. Vale a dire *i fluidi eterogenei si equilibrano ad altezze reciprocamente proporzionali alle loro densità, o gravità specifiche.* Quì s'intende, che un fluido sia eterogeneo per rapporto all' altro, ma che ciascheduno in se considerato sia della medesima natura, e densità da per tutto.

Da quanto abbiamo dimostrato sulla pressione de' fluidi si comprenderà facilmente, come le grossezze, che devono avere i canali cilindrici ne' varj anelli, o nelle varie sezioni, per resistere agli sforzi de' fluidi, che tendono a romperli, sono come i prodotti delle gravità specifiche de liquidi, delle altezze de' medesimi, e dei diametri de' tubi, divisi per la tenacità delle materie, di cui i tubi sono composti; e perciò, tutto il resto essendo eguale, la grossezza d' un anello deve essere tanto maggiore quanto lo è l' altezza del fluido collocatovi sopra. Quindi sarebbe una spesa superflua, ed affatto inutile il fare della medesima grossezza tutti i canali, che devono formare un acquidotto destinato a condurre o a sostenere l' acqua ad un' altezza considerabile; poichè se le parti inferiori hanno una grossezza sufficiente, come esse in fatti la devono avere, le parti superiori sono senza dubbio troppo grosse. Questo sbaglio si commette in un' infinità di occasioni. Egli è opportuno pertanto formar de' canali del medesimo diametro interiore, e di tre o quattro grossezze differenti da collocare i più grossi al basso, e successivamente gli altri a ragione delle differenti altezze dell' acqua. Per potere però applicare la teoria alla pratica, bisogna conoscere per mezzo d' una esperienza immediata

la grossezza, che un certo canale deve avere per resistere alla pressione d' un dato fluido; ed in oltre bisogna conoscere la tenacità delle materie di cui i canali posson esser composti.

314. In ogni piano premuto da un fluido qualunque v'è un punto detto *centro della pressione*, ed è quel punto, in cui se tutta la pressione fosse raccolta spignerebbe ella il piano, come viene spinto dalla pressione diffusa per tutta la sua estensione. Se il piano premuto è orizzontale, il suo centro di gravità coinciderà allora col centro di pressione; perchè essendo gli elementi uguali del piano ugualmente premuti, non può una forza applicata a tale piano premuto mantenerlo in equilibrio se non lo sostenga pel suo centro di gravità. Dunque l' istessa azione riceve il piano premuto in tale caso dalla pressione diffusa per tutta la sua estensione; che riceverebbe se fosse raccolta nel centro di gravità dell' istesso piano. E perciò il centro di gravità del piano orizzontale è il centro della pressione. Se debbasi poi considerare questo punto in un piano verticale, o comunque inclinato, egli è evidente che in qualunque caso il centro della pressione è il punto, pel quale passa la risultante. Rammentandoci dunque di quanto si è insegnato nella Statica della risultante di più forze parallele, si comprenderà che riducesi il problema a conoscere la posizione della risultante di un sistema di forze parallele, la quale non passerà certamente pel centro di gravità del piano inclinato all' orizzonte, o verticale, ma bensì a qualche distanza al dissotto del centro di gravità del piano premuto.

In generale si può fissare che per avere la

risultante di tutte le pressioni elementari, converrà prendere la somma de' momenti di queste pressioni per rapporto a due assi rettangolari situati sulla superficie compressa, e dividere ciascuna di queste somme de' momenti per la pressione totale: i quozienti saranno le coordinate del centro di pressione.

Per addurne un qualche facilissimo esempio, se una retta in sito verticale si consideri come premuta da un fluido in quiete, e suppongasi la di lei altezza A divisa in un numero infinito n di elementi uguali ad a, i momenti delle pressioni elementari rapportati alla linea di livello, essendo fra loro come i quadrati della serie naturale de' numeri, la somma di tutti questi momenti diverrà uguale alla terza parte del cubo del momento dell' ultima maggior pressione, vale a dire, dinotando per r la gravità specifica del fluido, uguale a $\frac{rn^3a^3}{3}$; e dividendo questo prodotto per la pressione totale $\frac{rn^2a^2}{2}$, si avrà la distanza del centro di pressione dalla linea di livello $=\frac{2}{3}\,na=\frac{2}{3}A$.

CAPO III.

Della pressione scambievole, e dell' equilibrio tra i fluidi, e i solidi.

All' idrostatica appartiene ancora il dimostrare le leggi, che derivano dalla pressione scambievole tra fluidi, e solidi in essi immersi

e dedurne i mezzi onde esplorare le varie gravità specifiche sì degli uni, che degli altri.

DELLE LEGGI DELL' EQUILIBRIO, E DELLA PRESSIONE DE' SOLIDI IMMERSI NE' FLUIDI.

315. La superficie di un solido immerso in un fluido è premuta per direzioni perpendicolari in tutti i suoi punti dalle parti del fluido, che circonda il detto solido nella stessa maniera, e per la ragione medesima, per cui non meno il fondo, che le pareti del vaso vengono premute dal fluido in esso contenuto. Da tutte queste pressioni risulta una forza, che tende a sospingere, o a sollevare il corpo immerso, e che non può essere bilanciata, o distrutta che dal peso stesso del corpo, o dal peso combinato con una esterna forza. Fa uopo primieramente cercare la quantità, e la direzione della risultante di tutte le pressioni del fluido contro il solido per venir in cognizione della forza, che conviene opporre per mantenere l' equilibrio. Le due seguenti proposizioni bastano a soddisfare alla questione.

316. *Un corpo qualunque immerso in tutto, o in parte in un fluido viene nel tempo medesimo sollecitato e dalla propria gravità, e da un' infinità di pressioni perpendicolari alla superficie del volume immerso: quali forze devono fra di loro bilanciarsi affinchè il corpo rimanga in equilibrio.*

A dimostrare tal verità consideriamo per maggior semplicità una sezione qualunque del solido, e venga questa rappresentata dalla curva piana, Fig. 11. e verticale *ABDENH* entro di un fluido, il cui livello sia *PQ*. Si prenda un piccolo elemento

AB, e si tirino le orizzontali AC, ED, le verticali AR, BS, e per la metà di AB la verticale MO. Sieno s, s', s'' le pressioni, che il fluido esercita perpendicolarmente sugli elementi AB, DE, HK. Si concepisca ciascuna di queste forze decomposta in due; l'una orizzontale, e l'altra verticale. La forza o pressione orizzontale su di AB verrà espressa da $r\times MO\times BC$; parimente la forza orizzontale sull'opposto elemento DE avrà la stessa espressione; e poichè queste due pressioni agiscono in senso opposto, si distruggeranno scambievolmente. Sarà lo stesso di tutte le pressioni orizzontali, che si esercitano sugli elementi opposti. La forza verticale su di AB sarà espressa per $r\times AC\times MO$, l'altra pur verticale su di HK sarà $r\times HI\times OT$. Queste due forze essendo direttamente opposte ne risulta per sollevare la piccola porzione AK del corpo una forza eguale alla differenza loro, cioè $=r\times MT\times AC$ vale a dire equivalente al peso di un volume di fluido uguale ad AK. Egli è perciò evidente che tutte le pressioni orizzontali bilanciandosi vengono a distruggersi, e che le forze verticali, che sollecitano il corpo, si riducono al peso del medesimo, e ad un altra forza di segno contrario eguale al peso del volume del fluido scacciato dalla porzione del solido, o da tutto il solido immerso. Dunque chiamando R la gravità specifica del corpo, e W il suo volume; il corpo medesimo potrà esser considerato come sollecitato da una sola forza verticale $=RW-rW$.

In conseguenza se $R=r$, il corpo nè discenderà, nè salirà a galla. Se r sia minore di R il corpo andrà a fondo del vaso con una forza eguale all'eccesso del suo peso su quello del fluido scacciato: e se r sia maggiore di R il corpo si

solleverà, e verrà a galla del fluido in sino a tanto che il volume w della parte immersa siá tale che abbiasi $RW-rW=0$, ovvero $RW=rW$.

317. Inoltre *la risultante delle forze verticali proveniente dalle pressioni del fluido, nel caso d'equilibrio, passa pel centro di gravità del volume della parte immersa.* In fatti la distanza di questa risultante da due assi orizzontali è uguale alla somma de' momenti de' pesi delle porzioni, colonne, o fileti verticali del fluido, che riempirebbero il volume della parte sommersa, divisa per lo peso del fluido, di cui il corpo ne occupa il sito. Ma questi quozienti esprimono anche le distanze dagli assi medesimi del centro di gravità del volume della parte immersa; dunque la risultante di tutte le forze, che tendono a sollevare verticalmente il corpo, passa per l'indicato centro di gravità. Ed in effetto la forza di gravità l'obbligherebbe a scendere per la linea di direzione; ma poichè egli non discende, bisogna conchiudere, che la pressione del fluido ambiente è uguale, ed opposta alla forza di gravità, e perciò agisce verticalmente per la stessa linea di direzione.

318. Da ciò si vede chiaramente che un corpo qualunque immerso in un fluido vi perde sempre una porzione del suo peso, la quale uguaglia il peso del fluido scacciato; onde tutti i corpi anche i più pesanti, immersi sott' acqua sembrano molto meno pesanti. Un pescatore muove senza stento la sua rete piena di pesce fintanto che è nell' acqua. Ed un uomo nell' acqua par che non pesi due libbre, quantunque ne pesi cento.

Quindi pei corpi di gravità specifica minore de' fluidi ne deduciamo

1.° Che se un corpo di minore gravità specifica del fluido sta in equilibrio sul fluido, il peso di questo corpo è uguale al peso del volume del fluido scacciato dalla parte immersa.

2.° Le due forze verticali RW, rW, che la sollecitano, passando l'una pel centro di gravità del corpo, e l'altra pel centro di gravità del volume della parte immersa, questi due centri devono essere nella medesima verticale, acciocchè queste due forze sieno direttamente opposte, e quindi vengono a distruggersi. Se i detti due centri sono in linee verticali diverse, in tale caso le due forze non si impediscono i loro effetti, val dire non si distruggono; e perciò il corpo si agita finchè tali verticali diverse si riducano a una verticale istessa.

3.° Il detto solido sommerso in un fluido per ipotesi di maggiore gravità specifica sale verso la superficie del fluido spinto da una forza uguale all' eccesso della gravità specifica del fluido su quella del solido; e di siffatta forza v'è bisogno conseguentemente per poterlo trattenere dentro del fluido. Un pezzo di sughero salirà nell' acqua in virtù di un peso negativo, o d'una positiva pressione del fluido.

4.° Essendo il peso del solido, che galleggia, uguale al peso d' una quantità di fluido della grandezza della parte del solido immersa; sarà la gravità specifica del fluido a quella del solido come l'intero volume del solido alla parte dell'istesso volume immersa nel fluido.

5.° Se potrassi in qualche modo render inefficace la pressione inferiore, che sospinge il corpo, come coll' impedire che il fluido s' insinui tra il corpo, e il fondo del vaso; questo corpo quantunque più leggiero del fluido si manterrà

in contatto col fondo, come si prova coll' esperienza.

319. Se un solido pongasi su di un fluido di uguale gravità specifica; 1.° scende egli finchè sia col suo volume interamente immerso nel fluido, e niente di vantaggio; anzi posto in qualunque sito dentro del fluido, ivi resta immobile. Così il legno del Brasile, per esempio, si fermerà pendente ovunque nell' acqua marina; giacchè l' uno, e l' altra hanno la stessa gravità specifica. 2.° Innalzandolo per entro del fluido, s' innalza come se non avesse peso alcuno. Quindi s' intende perchè una secchia piena d'acqua intanto che muovesi per entro l' acqua, s' innalza senza sentirne il suo peso.

320. Un corpo di maggior gravità specifica di un fluido

1.° Discendendo con una forza uguale all'eccesso della sua gravità specifica su quella del fluido; per sostenerlo, o innalzarlo dentro il fluido vi ha bisogno di una forza tanto minore del suo peso assoluto, quant' è il peso d' una quantità di fluido del volume dell' istesso solido.

2.° Se due fluidi sono di gravità specifiche diverse, e un istesso solido più grave s' immerge successivamente in essi, la ragione de' pesi, che sembra aver perduto il solido in tali fluidi è uguale alla ragione de' pesi di due quantità degli stessi fluidi del volume del solido, e conseguentemente è uguale alla ragione delle gravità specifiche de' medesimi fluidi. Onde il solido conserva più del suo peso nel fluido men grave, che nel più grave.

3.° Se due solidi di gravità specifiche diverse, ma sempre più pesanti de' fluidi, s' immergeranno successivamente in due fluidi di gravità

specifiche anche diverse; saranno i pesi, che sembrerà perdere uno de'solidi ne'due fluidi proporzionali a quelli, che sembrerà perdere l'altro ne' medesimi fluidi. Onde se tali solidi nel fluido men grave avranno pesi uguali, nel più grave avranno pesi disuguali, e'l più specificamente grave avrà peso maggiore: se poi avranno pesi uguali nel fluido più grave, nel fluido men grave avranno pesi disuguali, e 'l meno specificamente grave avrà peso maggiore. Quindi s' intende perchè i corpi di gravità specifiche diverse, come la cera, e 'l piombo qualora nel vuoto hanno pesi uguali, nell' aria hanno pesi disuguali, pesando il piombo più della cera; e qualora nell' aria hanno pesi uguali, nel vuoto hanno pesi disuguali, pesando la cera più del piombo.

4.° Infine essendo il peso perduto dal solido uguale a quello del fluido sotto lo stesso volume, è chiaro che la gravità specifica del solido è a quella del fluido, come l' intero peso del solido alla parte, che sembra aver perduto nel fluido.

321. Egli è in virtù di queste leggi idrostatiche che i pesci ora mantengonsi al fondo dell' acqua, ed ora risalgono verso la superficie. Sono eglino naturalmente forniti di una vescica piene d'aria collocata nel loro ventre; compressa la quale, e rarefatta più o meno, fa sì che i medesimi occupino ora un maggiore, ed ora un minor volume; e quindi, che possano salire a galla, oppur discendere a lor bell' agio. Tanto vero, che s' ella vengasi a forare con qualche mezzo; essendo l' animale vivo, vedesi egli cadere a fondo immediatamente, e perder la facoltà di poter di nuovo risalire.

Inoltre se un solido di un legno pesante, di rame, o d' altra sostanza s'incava interamente

di modo che posto in un fluido, questo non possa introdursi nel vano artefatto. In tal caso se il peso della parte solida di detto corpo sarà minore di quello di una quantità di fluido del medesimo volume, questo solido s'immergerà nel fluido per una parte del suo volume. Ma se il fluido entrerà nel vaso, poichè allora il peso totale supererà la gravità del fluido, quindi il solido discenderà. Noi abbiamo di ciò un esempio familiare nei bacili, e negli altri vasi di metallo, e di creta, i quali galleggiano se sono posti nell'acqua sulla loro base, ma precipitano tosto al fondo, se si pongono di fianco in modo, che vi entri l'acqua. Con queste riflessioni si scorge per qual ragione le barche di rame, che si sogliono portare al seguito delle armate, possono servire utilmente a fare ponti sui fiumi; e come le barche di legno si formano in modo tale, che galleggino assai più che galleggiar possa separatamente ciascun pezzo che compone la barca. Si scorge ancora che essendo l'acqua del mare più densa dell'acqua dolce; le barche le quali navigano in quella sono in caso di portare un carico maggiore di ciò portar possono navigando nei fiumi, e nei laghi: anzi passando dal mare ai fiumi, s'immergono sensibilmente nell'acqua: e si conosce perchè coloro, che nuotano nel mare, si reggono sopra i suoi flutti assai bene, quandochè nell'acqua dolce stentano a tener fuori la testa, giacchè la gravità specifica dell'acqua marina è a quella dell'acqua dolce presso a poco come 73 a 70.

522. Dalle cose fin qui dichiarate si rileva ad evidenza che mescolandosi insieme varj fluidi di differente gravità specifica, il più pesante tra essi dovrà occupare il fondo; il più leggiero sa-

lirà alla superficie; e gli altri si andranno a collocare nel mezzo a tenore che saranno rispettivamente più o meno leggieri. Come infatti per esperienza succede.

Quindi avviene che quando si lascia in riposo un' acqua torbida, essa riacquista la sua limpidezza più, o meno tardi a misura, che le materie eterogenee, che in essa ritrovansi sono diversamente pesanti; e quando le materie medesime hanno lo stesso peso specifico dell' acqua, questa se ne rimane sempre torbida per quanto tempo si lasci in quiete. Siccome i metalli, allorchè sono liquefatti, soggiacciono alle stesse leggi degli altri liquori, perciò li Zecchieri si servono della medesima legge per separare il rame dall' oro, dopo aver fatto liquefare il composto; lo lasciano raffreddare lentamente nello stesso crogiuolo, e dopo che la materia ha preso una certa consistenza, trovano che l' oro è disceso al fondo, ed il rame è nella parte superiore.

La divisata legge trovasi però alterata ne' suoi effetti, ognoracchè il fluido, in cui s' immergono altre materie, ha con queste un' affinità, o attrazione tale, che supera la forza proveniente dalla differenza de' pesi specifici; di qui nasce che dopo d' aver mescolato il vino coll' acqua, per quanto si lasci quiete il miscuglio, non succederà la separazione dei due liquori, perchè l' affinità di questi supera la forza, che procede dalla diversità delle loro gravità specifiche. Per la stessa ragione se dentro un acido s' immerge un poco di metallo, questo dopo che verrà disciolto dall'acido se ne starà sparso in tutto il liquore senza giammai precipitare, non ostante che sia grande

la differenza dei due pesi specifici; ma se in questa dissoluzione s'infondrà un alcali fisso, allora isminuendo notabilmente la forza d'affinità tra l'acido, e il metallo, questo come più denso precipiterà al fondo del vaso.

523. Avvertasi, che quando il fluido, in cui s'immerge il solido, è d'ugual densità da per tutto, la discesa, o salita del solido entro il fluido principia, e continua per un certo tempo con moto accelerato, dopo di che il moto diventa equabile per la resistenza del fluido. Che se il fluido, dentro a cui si pone il solido, non è ugualmente denso, come succede nell'atmosfera, in cui l'aria è più rara a misura che è più distante dalla superficie della terra, in tal caso il moto del corpo riesce vario, secondo le ineguaglianze di densità, che incontra nel suo cammino, come continuamente vedesi accadere nelle esalazioni, e ne' vapori: e come hanno esperimentato i viaggiatori Aerostatici. Generalmente parlando si può dire, che prescindendo dalla resistenza, che nasce dalla tenacità delle parti del fluido, la discesa dei solidi entro ai fluidi riputar si deve dell' indole della discesa dei corpi per i piani inclinati; avvegnacchè sì gli uni, che gli altri, vi discendono per solo effetto della loro gravità relativa.

524. Giacchè per le leggi d'Idrostatica quando si diminuisce il peso d'un corpo senza nulla alterare nel suo volume, quello dee innalzarsi in un fluido con una forza, che non potrà esser bilanciata se non se da un peso eguale al già tolto; ne siegue che puossi impiegare utilmente la spinta, o pressione verticale di giù in sù dell'acqua per innalzare de' fardelli, o mercanzie sommerse nel mare, o ne' fiumi, come altresì per

ritrarre de' pezzi d'artiglieria dal fondo del mare, ne' fiumi, o lungo i littorali, attaccandoli a de' batelli, che formati di legnami i più leggieri, tuttavia si caricano da prima di corpi molto pesanti, o anche si riempiono d'acqua immergendoli per esempio fino all'orlo; indi si vuotano, e si allegeriscono di molto per fargli salire, o galleggiare.

DE' MODI DI ESPLORARE COLLE LEGGI IDROSTATICHE LE GRAVITA' SPECIFICHE DE' CORPI.

325. La determinazione delle gravità specifiche de' corpi puossi ottenere in diverse maniere, e considerare sotto varj aspetti, secondo i varj modi di rapportare fra loro i solidi, ed i fluidi. Infatti in primo luogo puossi far il paragone della gravità specifica di un solido con un fluido; di più solidi fra loro; e di più fluidi. Ed in tal caso pel principio generale, che un corpo in un fluido perde tanto del suo peso quanto è il peso del volume di un fluido scacciato dal solido immerso, sarà agevole il metodo di rinvenire le gravità specifiche de' corpi, come ora insegneremo. In secondo luogo può considerarsi sotto l'aspetto di un metodo generale somministrato dalla *bilancia idrostatica*, per mezzo della quale può aversi il paragone delle gravità specifiche sì de' fluidi, che de' solidi, di qualunque specie sieno, rapportandole al peso di un corpo, o d'una sostanza presa per unità, come farò vedere appresso.

Le seguenti quistioni svilupperanno con chiarezza la materia.

326. *Come si trova il rapporto della gravità*

specifica di un solido a quello del fluido? Essendo il peso, che sembra aver perduto un solido più grave di un fluido, quando in questo viene immerso, eguale al peso di una quantità dell'istesso fluido del volume del solido; sarà la gravità specifica del solido a quella del fluido come l'intero peso del solido, alla porzione, che sembra aver perduta nel fluido.

Parlando poi de' solidi di minor gravità specifica de' fluidi, avendo provato che il peso di un solido, che galleggia su di un fluido, è eguale al peso d'una quantità dell'istesso fluido della grandezza della parte del solido immersa; sarà la gravità specifica del fluido a quella del solido come l'intero volume del solido alla parte dell'istesso volume immersa nel fluido.

327. *Trovare la gravità specifica di due solidi per mezzo di un fluido di minor gravità specifica.* Prendansi due solidi di gravità specifiche diverse, e più gravi del fluido, ma siano i due solidi di egual peso, e s'immergano nel fluido istesso; essendo i pesi, che tali solidi perdono nel fluido, proporzionali ai lor volumi, saranno questi pesi perduti in ragion reciproca delle gravità specifiche de' medesimi solidi.

Se i due corpi saranno di minor gravità specifica del fluido, si potranno anche trovare le gravità specifiche di quelli per mezzo di questo fluido. Infatti prendansi due volumi uguali de' detti solidi: questi galleggeranno sull'istesso fluido. Or perchè le gravità specifiche di uno di tali solidi, del fluido, e dell' altro solido, hanno ragioni ordinate alla parte del primo solido immersa nel fluido, al volume intero del solido, alla parte del secondo solido immersa pure nello stesso fluido; perciò saranno le gravità specifiche

de' solidi proporzionali alle loro parti immerse nel fluido.

328. *Dati due fluidi specificamente più leggieri di un solido si vuol sapere la gravità specifica de' fluidi per mezzo di quel solido più grave.* S' immerga il solido ne' dati fluidi. Questo perderà in essi pesi diversi. La ragione de' pesi, che sembra aver perduto il solido in tali fluidi è uguale alla ragione de' pesi di due quantità degli istessi fluidi del volume del solido, e perciò è uguale alla ragione delle gravità specifiche de' medesimi fluidi.

329. *Dato un solito galleggiante su due fluidi; trovare le gravità specifiche di questi fluidi.* Chiamisi W il volume del solido; I ed i le parti di di esso immerse ne' fluidi; R, r le gravità specifiche de' fluidi, e G quella del solido; si avrà

$$R : G = W : I$$

$$G : r = i : W$$

e perciò $R : r = i : I$

e conseguentemente le gravità specifiche de' fluidi sono in ragion reciproca delle parti, che l' istesso solido immerge in essi.

330. Se un corpo trovasi con una sua parte immerso in un fluido, e coll' altra in un altro fluido di gravità specifica differente dal primo potrà rinvenirsi coi principj stabiliti quale porzione del suo volume s' immergerà in ciascuno de' fluidi, e quindi quale parte del suo peso perderà in uno, e quale nell'altro. Nel vaso ACD siavi sino Fig. 16 al piano LM un fluido, e da LM sino ad AD

si avene un altro di specifica gravità minore, e si collochi sulla superficie AD il solido X più pesante del fluido AM, e meno pesante specificamente del fluido LC. Scenderà sì fatto solido pel fluido AM, e non potendosi immergere interamente nel fluido LC, si fermerà con una parte del suo volume immerso in LC, e colla restante immersa in AM. Supposto che rimanga in quiete, o in equilibrio questo solido, deve il suo peso eguagliare la somma de' pesi sì del fluido più grave, che sia di volume eguale alla parte immersa in esso, che del fluido men grave del volume della parte immersa pure in questo. Or chiamando W l' intero volume del solido, la parte immersa in $LC=I$, l'altra immersa in $AM = W-I$; le gravità specifiche del fluido $LC=R$, del fluido $AM=r$, e del solido $X=S$; e mettendo altresì il peso di $X=P$; il peso del fluido più grave in volume eguale alla parte immersa in lui $=Q$; ed il peso del fluido men grave del volume della parte immersa in esso $=T$; si avranno le seguenti proporzioni

$$P : Q = WS : IR$$

$$P : T = WS : (W-I)r.$$

Onde $P : Q+T = WS : IR+(W-I)r.$

Ma $P=Q+T$ nel caso d' equilibrio.

Dunque $WS=IR+(W-I)r$;

e perciò $WS-Wr=IR-Ir.$

Cioè $W(S-r)=I(R-r)$; e perciò $I=W\frac{(S-r)}{(R-r)}$

Oppure $W : I=R-r : S-r$

Sicchè l' intero volume del solido sta alla parte immersa nel fluido più grave, (grandezza incognita, che si va cercando), come la differenza delle gravità specifiche de' due fluidi, alla differenza delle gravità specifiche del solido, e del fluido men grave.

Supponiamo che i due fluidi siano uno acqua, e l' altro, l' aria. Sappiamo che la gravità specifica dell' acqua sia a quella dell' aria come 885 ad 1. Or se la gravità specifica del solido è a quella dell'acqua come 600 : 885 per esempio; sarà l' intero volume del solido alla parte immersa nell' acqua come *885—1 : 600—1*, ovvero prossimamente come *885 : 600;* ossia come la gravità specifica del fluido, su cui galleggia il solido, alla gravità specifica dell' istesso solido. Dunque ancorchè i corpi, che galleggiano sui fluidi, abbiano una parte immersa ne' fluidi, su quali galleggiano, e un' altra nell' aria: nondimeno essendo la gravità specifica dell' aria assai picciola relativamente a quelle degli altri fluidi, si può sempre prendere l' intero volume d' un solido alla parte immersa nel fluido, su cui galleggia, come la gravità specifica dell' istesso fluido a quella del solido, considerando la parte superiore del solido come non immersa in fluido alcuno: benchè rigorosamente parlando, i corpi, che si pesano nell' aria contengano maggior quantità di materia sotto lo stesso peso apparente: e perciò una libbra di cotone, o di bambagia contenga maggior quantità di materia d' una libbra di oro pesata nell'aria, come ordinariamente per necessità si usa.

331. Poichè un solido immerso in fluidi di maggiore gravità specifica vi si profonda maggiormente a misura che il fluido è men grave;

si è pensato alla costruzione di un semplicissimo istromento chiamato *Areometro*, o *Idrometro*. Questo formasi d' ordinario di una pallina di vetro, cui va unito un peso acciò possa profondarsi alquanto ne' liquori, e di un tubo graduato atto a rimaner sollevato più o meno nella superficie di quelli. S' immerge successivamente ne' due fluidi, e si nota il numero de' gradi fin ove s' immerge: e come sta il numero de' gradi d' immersione nel secondo fluido al numero de' gradi nel primo, così sta la gravità del primo fluido a quella del secondo. Vi sono altri mezzi per costruire degli idrometri, ma ne lasciamo la descrizione alla Fisica esperimentale ove si parlerà di quel di Farenheit, Muschenbroeckio, Nickelson, Fordyce, Leutmann, ed altri.

332. Inoltre se bramisi sapere il rapporto delle gravità specifiche di tutti i corpi sì fluidi che solidi relativamente ad un altro qualunque corpo preso per unità; in tal caso la gravità specifica non essendo, che il peso assoluto dell' unità di volume, e non avendo noi altro mezzo d' assegnare il peso d' un corpo, che quello di trovare il suo rapporto ad un altro noto preso per unità; egli è facile il concepire che debbasi prendere per unità la gravità specifica di una sostanza ben nota (quale sarebbe per esempio l' acqua), e trovare i rapporti, che esistono tra questa gravità specifica, e quelle degli altri corpi. Per ciò ottenere si fa uso d' una esatta bilancia, la quale per esser destinata a siffatte operazioni fu detta *bilancia idrostatica*. Ed eccone l' uso.

Se il corpo è liquido si prenderà in primo luogo un vaso adatto all' uopo col suo turacciolo, del quale si cercherà il peso essendo vuoto tra-

sciurando il peso dell' aria, la cui influenza è sì tenue, che per lo più suole negligersi. In secondo luogo si esplori il peso del vaso pieno di acqua distillata. Terzo finalmente se ne noti il peso riempiendolo del fluido, di cui si cerca la gravità specifica. Diviso quest' ultimo peso pel precedente, il quoziente indicherà la ricercata gravità specifica.

Sieno A, B, C, questi pesi rispettivi, è chiaro che $B-A$ è quello dell' acqua, e $C-A$ quello del liquido contenuto nel detto vaso. Or come i volumi sono eguali, il rapporto delle gravità specifiche è uguale al rapporto di questi pesi, cioè $\frac{C-A}{B-A}$.

Se si tratta d' un corpo solido, dopo aver posto il vaso o fiasco pieno d' acqua in uno de' piattini della bilancia, e fatto l' equilibrio si situerà il corpo a lato del fiasco suddetto; ossia nel piatto della bilancia, ov' è il fiasco, e si aggiungerà dall' altra parte il peso necessario per ristabilire l' equilibrio, che (supponendo esser d' oro il corpo), sarà per esempio di 57 once, ch' io chiamo P.

Levando ora dal piattino della bilancia sì il fiasco, che il corpo, s' introduca questo (di qualunque gravità egli sia) nel vaso sempre pieno d' acqua di modo che tutto vi rimanga sommerso: indi usata tutta l' attenzione, e diligenza necessaria all' esperienza, si rimetta il detto vaso, o fiasco sull' istesso piatto della bilancia; è evidente che a motivo dell' acqua scacciata, si turberà l' equilibrio, e si sarà obbligato di aggiungere un nuovo peso (per esempio di 3 once) al vaso per far equilibrio: questo, ch' io chiamo p, sarà il peso dell' acqua scacciata, quando vi

si è immerso il corpo. Non resta più che a dividere questi due pesi P, p, l'uno per l'altro; ossia 57, per 3. Onde avere la gravità specifica ricercata. Vale a dire il rapporto richiesto è il quoziente del peso del corpo diviso dal peso di un volume d'acqua uguale a quello di questo medesimo corpo.

Tale è il metodo di Klaproth, nel quale malgrado che si trascuri l'influenza dell'aria, qualora non si richiedono operazioni molto esatte, ciò non ostante fa d'uopo averla presente. Di più dee aversi avvertenza in simili operazioni di fare diversi saggi qualora l'aria è della medesima temperatura, essendosi osservato più volte, che la gravità specifica de' corpi non è la stessa nell'inverno, e nell'estate per cagione del ristringimento, e della dilatazione, che essi soffrono in forza del freddo, e del caldo. Ordinariamente si presceglie una temperatura tale, che corrisponda fra 16, e 18 gradi del termometro centigrado: (senza aver riguardo alla massima densità dell'acqua, come accennammo al numero 6). Avvertiremo qui opportunamente che essendo nota la gravità sperifica delle sostanze le più preziose, per esempio del diamante, dell'oro delle perle ec., secondo le tavole usitate, si ha sempre alla mano il metodo sicuro di poter discernere le false dalle vere, e prevenire in tal modo qualunque sorte d'inganno. Così sapendo la ragione delle gravità specifiche del diamante, e dell'oro relativamente all'acqua, ognorachè vi venisse presentato o un diamante, o una moneta d'oro, ed aveste sospetto d'esser quello falso, o questa adulterata, ricorrendo alla bilancia idrostatica, potreste vedere se le loro gravità specifiche riguardo all'acqua corrispondono alle indicate; giacchè essendo maggiori, o minori sarà

segno certissimo, che le rapportate sostanze non sono genuine.

Relativamente ai corpi, che s' inzuppano di acqua, o che in questa si sciolgono, se ne tratta nella Fisica particolare, ove troverassi anche una tavola delle gravità specifiche d' alcuni corpi.

SOLUZIONI D' ALCUNI PROBLEMI IDROSTATICI.

333. Per fare qualche altra applicazione de' principj da noi fin ora dimostrati, soggiungiamo qui alcune questioni, o problemi a risolvere.

1.° *Dato il volume di un corpo qualunque puossi ritrovare il di lui peso assoluto?* Supposto che sappiansi i rapporti delle gravità specifiche de' corpi, che trovansi facilmente nelle tavole annesse per lo più alle Istituzioni di Fisica, si cerchi in ordine alla gravità specifica dell' acqua, ch' io chiamo R, a quella del detto corpo, che sia $= r$, ed al peso d' un piede cubico d' acqua già noto $= P$, il quarto proporzionale x; darà questo il peso d' un piede cubico della materia, ond' è composto il corpo, cioè si avrà (prendendo R per l' unità di peso) $x = Pr$. Questo peso così determinato si prenda tantevolte quanti sono i piedi componenti il dato volume, il prodotto darà il peso cercato, come per se è chiaro. Si dee coprire, per esempio, con lastre di rame, o di piombo la superficie di una nave, o di un tetto. Le lastre devono essere della grossezza di $\frac{1}{60}$ di piede. La data superficie è di 12000 piedi quadrati. Quanto piombo ci vorrà? Il volume di questa sarà piedi cubici $12000 \times \frac{1}{60} = 200$. Il peso d' un piede cubico d' ac-

qua sia per ipotesi di 70 libbre. La gravità specifica dell'acqua è a quella del piombo nella ragione di circa *1 : 11*. Dunque il peso di un piede cubico di piombo sarà $=770$ libbre; e perciò moltiplicando questo numero per 200, si avrà il peso richiesto.

2.° *Data la gravità specifica d'un corpo o solido, o fluido, e dato il suo peso, determinare il volume di questo corpo.* Si faccia come sta il peso di un piede cubico d'acqua diviso per la gravità specifica dell'istessa acqua, al peso del corpo dato diviso per la data gravità specifica, così un piede cubico al quarto proporzionale; darà questo il volume cercato, in piedi cubici. Se bramasi sapere il volume di 20 libbre di mercurio, di cui la gravità specifica rapporto all'acqua sia $=14 : 1$; dirò come sta $\frac{70}{1} : \frac{20}{14}$, così un piede cubico, al quarto proporzionale: avrò il volume cercato.

3.° *Dato il peso di un corpo misto di due sostanze, delle quali è nota la gravità specifica; e di cui la somma de' volumi uguagli il volume del misto; e data la gravità specifica dello stesso, si brama determinare i pesi particolari de' medesimi componenti.*

Il peso del corpo dato sia P, quello di un componente x, quello dell' altro $P-x$. La gravità specifica del corpo sia R, e quella di un componente sia r, e dell' altro sia r'; contrassegnerà $\frac{P}{R}$ il volume del corpo misto; $\frac{x}{r}$ quel di un componente, e $\frac{P-x}{r'}$ quello dell' altro (299). Avremo dunque per la condizione de' volumi $\frac{P}{R}=\frac{x}{r}+\frac{P-r}{r'}$, la quale darà il valore di

$x = \frac{R-r}{r-r'} \times \frac{r'P}{R}$ e quindi $P-x = \frac{r-R}{r-r'} \times \frac{r'P}{R}$.

Dal che si può anche dedurre, che il peso di una delle materie componenti il misto sta al peso dell'altra componente, come $(R-r')r : (r-R)r'$. E conseguentemente il volume di quella al volume di questa come $R-r' : r-R$.

Così forse sciolse Archimede il famoso problema della Corona di Jerone Re di Siracusa. La storia è nota, e il problema si riduce a determinare in una mescolanza d'oro, e d'argento, la quantità dei due metalli. Questa soluzione però non è sempre esatta, giacchè l'esperienza ha fatto conoscere insussistente in moltissimi casi l'uguaglianza del volume del misto colla somma de' volumi de' componenti. Infatti un volume d'oro V, e un altro d'argento v non danno dopo la loro liquidazione, e mescolanza un volume composto $W=V+v$, ma alquanto maggiore. Altri corpi mescolati ne danno uno minore, e dopo le osservazioni di Priestley, e di molti altri rinomati Chimici può dirsi che ben pochi sono i fluidi, l'*arie* specialmente, che dopo la mescolanza conservino la somma medesima dei volumi. Il rame, e lo stagno liquefatti e mescolati insieme danno un metallo di maggior gravità specifica del rame. Onde coll'indicato metodo idrostatico ne' metalli delle campane, e de' cannoni non si può conoscere la proporzione de' loro ingredienti. E perciò s'ingannano coloro, che pretendono coll'ajuto della gravità specifica del medesimo metallo d'un cannone inservibile, che si deve fondere per farne un nuovo; e delle gravità specifiche del rame, e dello stagno, conoscere se nel cannone da fondere v'è tra 'l rame,

e lo stagno la conveniente proporzione, e se non v'è, quale de' due metalli componenti si deve accrescere, e di quanto. Inoltre si noti, che l'esposto mezzo potrebbe valere solamente quando si tratta di due soli ingredienti delle condizioni supposte. Così dell' argento il piombo ha maggiore gravità specifica, e lo stagno ne ha meno; onde si possono il piombo, e lo stagno mischiare insieme in tale proporzione che ne risulti un misto dell' istessa gravità specifica dell' argento. Or se l'istesso misto si mischia coll' argento se n' avrà un' altro dell' istessa gravità specifica dell' argento, ma un misto di cui con nessun mezzo idrostatico si potranno conoscere l' ingredienti.

4.° *Dato il peso di un solido più grave di un fluido; e date le loro gravità specifiche: data di più la gravità specifica di un altro solido men grave del fluido, si vorrebbe determinare la quantità di questo solido meno grave da aggiungere al primo più pesante, acciò risulti un solido dell' istessa gravità specifica del fluido.* Siano il peso del solido più grave $=P$, le gravità specifiche del corpo più grave, del fluido, e del meno grave R, r, r'. Sia poi il peso della quantità cercata del solido men grave $=x$. Essendo $R : R-r = P$ alla forza, con cui il solido più grave scende pel fluido, sarà tale forza $=\frac{R-r}{R}\times P$. Essendo inoltre $r' : r-r' = x$ alla forza, con cui il fluido spinge il solido men grave del peso x da giù in sù, sarà tale forza $\frac{r-r'}{r'}\times x$. Or queste due forze determinate debbono essere tra loro eguali, acciò il solido composto sia dell' istessa gravità specifica del fluido. E però

ciò sarà $\frac{r-r'}{r'}\times x=\frac{R-r}{R}\times P$, ed in conseguenza $x=\frac{R-r}{r-r'}\times\frac{r'P}{R}$, che è ciò, che bisognava determinare.

Benchè le replicate esperienze dimostrino che la maggior parte degli uomini sieno dell' istessa gravità specifica coll' acqua marina, e fors' anche più leggieri, sono però quasi sempre alquanto più gravi dell' acqua dolce. Sia quindi da determinarsi la quantità di sughero da aggiungere al corpo d' un uomo di giusta taglia, acciò divenga dell' istessa gravità specifica dell' acqua. Si può calcolare il peso di un uomo a circa 70 rotola (peso antico); e le gravità specifiche del corpo umano, dell' acqua; e del sughero sono 10, 9, $2\frac{1}{4}$. Dunque $R=10$, $r=9$, $r'=\frac{9}{4}$. E perciò la quantità cercata di sughero sarà di peso

$$\frac{R-r}{r-r'}\times\frac{r'P}{R}=\frac{1}{6\frac{3}{4}}\times\frac{2\frac{1}{4}\times 70}{10}=\frac{7}{3}=2\frac{1}{3},$$

cioè di rotola due, e un terzo. Dunque con tale quantità di sughero munito l' uomo galleggerà sull' acqua, quando altra cagione non vi sia, come il timore, un moto irregolare, o la posizione rovesciata, che si opponga all' equilibrio stabilito. Di qui l' arte di nuotare, e l' invenzione dello *Scafandro*, intorno a cui può vedersi l' opera di M. de la Chapelle.

5.° Poichè dalle dimostrate teorie la pressione, che soffre uno strato di fluido qualunque, o la superficie di un corpo sommerso nell' acqua, è tanto maggiore quanto più alta è la colonna del fluido premente, potrebbe chiedersi *per qual ragione un gracil corpo, o di tenue, dilicata superficie, immerso nell' acqua ad una considera-*

bile profondità non si schiaccia, e altera nella sua figura per la forte pressione, che vien costretto ad esperimentare. Sarà facile rispondere alla questione, rammentando che la pressione d'un fluido contro il solido immerso è sempre eguale in ciascun strato orizzontale del solido; giacchè nulla si cangia nella pressione o sia ella al di dentro del solido, o sia al di fuori; pertanto se il solido, abbia poca estensione, quantunque in rigor matematico i suoi strati inferiori sieno più compressi dei superiori, fisicamente però la differenza è poca, e la pressione puòdirsi per tutto la stessa. Dunque l'egualità di pressione per tutti i versi potrà ben condensare i solidi se sono condensabili, o compressibili, come abbiam accennato succedere ad una profondità considerabile; ma non già mutare l'esterna figura, o l'interna disposizione delle parti non cedevoli, nè compressibili che in questa ipotesi debbono scambievolmente resistersi con egual forza, e restar perciò nella prima loro situazione. Ora tale è il caso di un debolissimo uovo, o d'un pezzo di cera molle costretti ad affondarsi dentro il mercurio. Tale è il caso degli uomini, o degli animali sommersi nell'aria, o nell'acqua a quella profondità, ove la pressione di questa equivalga (o di poco ecceda) alla pressione, che siamo assuefatti, o soggetti a soffrire in quella. L'eguaglianza della pressione su tutte le parti, poco più, poco meno, non dà luogo al cangiamento, delle parti medesime; e poichè non vi è sensazione senza questo cangiamento, o moto di parti; gli uomini perciò non possono ordinariamente accorgersi della pressione: a meno che allora quando immergonsi a tale profondità, che la pressione delle sopra incombenti colonne ecceda sensibilmente la pressione della

colonna atmosferica, cui siamo assuefatti, ed alla quale sono le fibre nostre adattate.

6.° *Data una sfera vuota, composta di materia omogenea, e galleggiante in un fluido, di cui il raggio sia* R, *quello della cavità sia* r; *pongasi l' altezza del segmento sferico immerso nel fluido* = a; *e la ragione della gravità specifica della materia componente la sfera, alla gravità specifica del fluido* = n : 1; *conosciute alcune di queste quantità si cercano le altre.*

Sia al solito 1 : π il rapporto del diametro alla periferia, si ha $\frac{4}{3}\pi(R^3-r^3)$ pel volume della materia componente la sfera, e $\pi a^2(R-\frac{1}{3}a)$ pel volume della parte sommersa, cioè pel volume d' acqua di ugual peso alla sfera. E perchè i volumi de' corpi di ugual peso sono in ragione inversa delle loro specifiche gravità, avremo la seguente proporzione

$\frac{4}{3}\pi(R^3-r^3) : \pi a^2(R-\frac{1}{3}a) = 4(R^3-r^3) : a^2(3R-a) = 1 : n$, e quindi

$4nR^3-4nr^3=3Ra^2-a^3$. Dalla quale equazione derivano i seguenti casi.

1.° Si cerca il raggio r della cavità, date le altre quantità

$$r=\sqrt[3]{\left(\frac{R^3+a^3-3Ra^2}{4n}\right)}$$

2.° Si cerca il rapporto $n : 1$ delle indicate gravità specifiche

$$n=\frac{3Ra^2-a^3}{4R^3-4r^3}$$

3.° Si dimanda il semidiametro R della sfera

$$R^{3}\star-\frac{3a^2R}{4n}+\frac{a^3}{4n}=0$$

$$-r^3$$

4.° Si vuol sapere l' altezza a del segmento sommerso

$$\begin{matrix} a^3 - 3Ra^2 * + 4nR^3 \\ - 4nr^3 \end{matrix} = 0$$

7.° *Da che nasce il salleggio, o l' ondeggiamento pressochè continuo de' bastimenti?* Si è detto, che la pressione del fluido contro il corpo immerso passa pel centro di gravità del volume immerso. Di qui nasce tutta la teoria delle oscillazioni, situazioni, e stabilità de' galleggianti, teoria si vantaggiosa per l' Architettura Navale, benchè ella sia anche ne' casi i più semplici molto complicata.

Un corpo, che galleggia nell' acqua, allora sarà in una immobilità quasi perfetta, quando si avverano le due seguenti condizioni, cioè 1.° che il peso totale del corpo uguagli il peso del fluido scacciato, 2.° che il centro di gravità del corpo, e quello della parte immersa considerata come omogenea, siano situati nella stessa verticale; imperocchè ad aver l'equilibrio fa d'uopo, che il peso del corpo sia uguale all' azione, colla quale il fluido tende a sollevarlo verticalmente, e che ambedue queste forze siano direttamente opposte. Quando queste due condizioni non hanno contemporaneamente luogo, il corpo oscilla fino a che queste si avverino. E siccome non sempre cessano totalmente i venti, ed il mare ha una certa immancabile ondolazione, quindi rare volte potrassi vedere un bastimento immobile. Dal che si comprende ancora che volendo far immergere più o meno una determinata porzione del volume di una nave, bisogna talmente proporzionare, e distribuirne il carico, che sommando i pesi della carica e della nave, la somma sia uguale al peso dell' acqua esclusa dalla parte immer-

sa, e che di più i centri di gravità di questi due pesi siano situati in una sola verticale.

Inoltre dalle precedenti teorie chiaramente si deduce, che un triangolo isoscele, una parabola, un cono, ed un cilindro retto, un ellipsoide ec. supposto sieno omogenei, rimarranno certo in equilibrio nel fluido allorchè i loro assi saranno verticali. Non è però sempre vera l' inversa di questa proposizione: vale a dire che, se un corpo omogeneo, diviso in parti simetriche dal suo asse, è in equilibrio in un fluido, ne venga in conseguenza sempre che il suo asse sia in situazione verticale. Può questo corpo avere benissimo qualche altra situazione di equilibrio: però potrassi sempre verificare la condizione da noi più volte accennata (317). I limiti prescritti all' oggetto de' nostri elementi ci vietano di potere diffonderci su tanti oggetti. Consultate l'Idrostatica di Bossut, e di Prony, e le memorie di Fontana.

Nelle note, o addizioni, che ci siam proposti di soggiungere in un'Appendice a questi Elementi, parleremo delle oscillazioni, e della stabilità de' gallegianti.

CAPO. IV.

Della pressione de' fluidi elastici ed in particolare dell' aria.

334. I FLUIDI classificati sotto la denominazione di fluidi aeriformi, ed elastici, sono quelli, che godono della proprietà speciale d' occupare sensibilmente uno spazio tanto minore, quanto maggiore è la forza di pressione, che li comprime; e di ripigliare la loro primiera figura, o

4.° Si vuol sapere l' altezza a del segmento sommerso

$$a^3 - 3Ra^2 {}^{*} + 4nR^3 - 4nr^3 = 0$$

7.° *Da che nasce il salleggio, o l' ondeggiamento pressochè continuo de' bastimenti?* Si è detto, che la pressione del fluido contro il corpo immerso passa pel centro di gravità del volume immerso. Di qui nasce tutta la teoria delle oscillazioni, situazioni, e stabilità de' galleggianti, teoria sì vantaggiosa per l' Architettura Navale, benchè ella sia anche ne' casi i più semplici molto complicata.

Un corpo, che galleggia nell' acqua, allora sarà in una immobilità quasi perfetta, quando si avverano le due seguenti condizioni, cioè 1.° che il peso totale del corpo uguagli il peso del fluido scacciato, 2.° che il centro di gravità del corpo, e quello della parte immersa considerata come omogenea, siano situati nella stessa verticale; imperocchè ad aver l'equilibrio fa d'uopo, che il peso del corpo sia uguale all' azione, colla quale il fluido tende a sollevarlo verticalmente, e che ambedue queste forze siano direttamente opposte. Quando queste due condizioni non hanno contemporaneamente luogo, il corpo oscilla fino a che queste si avverino. E siccome non sempre cessano totalmente i venti, ed il mare ha una certa immancabile ondolazione, quindi rare volte potrassi vedere un bastimento immobile. Dal che si comprende ancora che volendo far immergere più o meno una determinata porzione del volume di una nave, bisogna talmente proporzionare, e distribuirne il carico, che sommando i pesi della carica e della nave, la somma sia uguale al peso dell' acqua esclusa dalla parte immer-

sa ; e che di più i centri di gravità di questi due pesi siano situati in una sola verticale.

Inoltre dalle precedenti teorie chiaramente si deduce, che un triangolo isoscele, una parabola, un cono, ed un cilindro retto, un ellipsoide ec. supposto sieno omogenei; rimarranno certo in equilibrio nel fluido allorchè i loro assi saranno verticali. Non è però sempre vera l' inversa di questa proposizione: vale a dire che, se un corpo omogeneo, diviso in parti simetriche dal suo asse, è in equilibrio in un fluido, ne venga in conseguenza sempre che il suo asse sia in situazione verticale. Può questo corpo avere benissimo qualche altra situazione di equilibrio: però potrassi sempre verificare la condizione da noi più volte accennata (317). I limiti prescritti all' oggetto de' nostri elementi ci vietano di potere diffonderci su tanti oggetti. Consultate l'Idrostatica di Bossut, e di Prony, e le memorie di Fontana.

Nelle note, o addizioni, che ci siam proposti di soggiungere in un'Appendice a questi Elementi, parleremo delle oscillazioni, e della stabilità de' gallegianti.

CAPO. IV.

Della pressione de' fluidi elastici ed in particolare dell' aria.

334. I FLUIDI classificati sotto la denominazione di fluidi aeriformi, ed elastici, sono quelli, che godono della proprietà speciale d' occupare sensibilmente uno spazio tanto minore, quanto maggiore è la forza di pressione, che li comprime; e di ripigliare la loro primiera figura, o

primitivo volume, allorchè quella stessa forza, che ne avea ristretto il volume premendo, cessa di agire. Questi fluidi ugualmente che tutti gli altri hanno le stesse proprietà comuni; e per questo riguardo a' medesimi convengono le stesse leggi d' equilibrio, che a quegli abbiamo dimostrato appartenere: hanno però inoltre quelle proprietà, che dipendono dalla forza di elasticità.

Qual divario passi fra la pressione de' fluidi incompressibili, e gli elastici lo abbiamo stabilito col dimostrare (304), che la pressione di uno strato, o di una molecola ne' fluidi elastici non solo si stima dal volume, che si ha moltiplicando lo strato, o la molecola per la corrispondente altezza, ma ancora per la parziale specifica gravità di ciascuno strato, o molecola, contenuta nell' altezza corrispondente.

DELLA GRAVITA', ED ELASTICITA' DELL' ARIA, E QUINDI DELLA PRESSIONE ATMOSFERICA.

335. Di tutti i fluidi elastici l' aria è il più conosciuto, il più diffuso, ed il più universale agente della Natura. Poichè su di essa si possono fare con facilità molte esperienze; e la teoria delle pressioni, che si ricava da tali esperienze, conviene precisamente agli altri fluidi elastici, che fin ora sono noti, e specialmente a quello, che si produce da una quantità di polvere, che s'abbrucia; così il principale nostro esame sarà intorno all' aria, che respiriamo, la cui forza potrà servire, dirò così, di campione per misurare quella degli altri fluidi elastici.

L' aria, che costituisce la nostra atmosfera, non è la semplice aria pura, di cui parlano i Chimici. Essa contiene delle sostanze eterogenee

sotto forma di esalazioni, e vapori. Benchè questo fluido si trovi all'intorno del nostro globo in piena libertà; pure una porzione di esso è talora imprigionato dentro di certi vani della terra, e ne' pori de' corpi senza comunicare coll'aria esterna, ed in questi vani è diversamente denso, ed elastico. La pressione, che l' aria esercita contro qualunque superficie, nasce nel primo caso dal proprio peso; ma quando trovasi rinchiuso questo fluido, e maggiormente condensato, o quando per qualche cagione esercita la sua molla, la pressione nasce dalla elasticità.

Fra i varj fenomeni, che ne manifestano l'esistenza, vi è il vento. La forza veemente di questo, e l' opposizione, che l' aria fa ai corpi, che si muovono in essa, non che l' elevazione, e la sospensione de' vapori, ed esalazioni, fanno conoscere che l'aria è un corpo, dotato perciò di tutte le proprietà essenziali della materia. E finalmente la facilità, che ha l'aria di cedere ad ogni minima forza, che fa azione su di lei, manifesta la sua fluidità. Noi in quest' articolo ci limiteremo a parlare soltanto della gravità, ed elasticità dell' aria e della pressione, che ne deriva, lasciando alla Fisica particolare il ragionare dello altre di lei proprietà.

336. L' aria dunque essendo un corpo, e perciò dotata delle proprietà primarie, che a tutti i corpi competono, sarà anch' essa grave. Oltre a questo argomento d' analogia, ed oltre alla prova, che ricavasi dall' esservi nell' aria de' corpicciuoli, o esalaziani d' ogni genere, che vi nuotano, e vi si equilibrano a varie altezze secondo la loro gravità specifica, la gravità dell' aria dimostrasi con altre esperienze, ed osservazioni.

I.° La facile esperienza di un otre affloscia-

to, che è meno pesante di quel che lo è quando è ripieno di aria, osservazione, che fu nota anche ad Aristotele, persuade certamente che l'aria è grave, malgrado la contrarietà d'alcuni Antichi, che aspramente contrastarono al detto Filosofo il peso della medesima. Anche se prendasi una bottiglia di cristallo, e se ne esplori il peso vuotandola prima d'aria per quanto si può, indi dato all'aria l'ingresso questa vi si comprima, e condensi colla Sciringa, scorgesi sensibilmente accresciuto il peso della bottiglia così ripiena d'aria.

II.° Prendasi un tubo di vetro di circa 3 piedi (chiamato *tubo torricelliano*, e comunemente *Barometro*) (*). Questo sia chiuso ermeticamente in una delle sue estremità, e per l'altra apertura vi si faccia entrare del mercurio, tanto che ne sia del tutto ripieno, senza che vi resti aria; ed applicato esattamente l'estremo d'un dito a quest'apertura s'immerga la stessa nel mercurio contenuto in un piccol vaso. Tolto il dito dopo tale immersione, s'osserva il mercurio scendere nel detto tubo, e fermarsi impreteribilmente quando l'altezza, che ha nel tubo sulla superficie di quel mercurio che è nel vaso, è di circa ventisette pollici, e mezzo, ancorchè si scuota quanto si voglia il tubo suddetto. Da questo esperimento chiaramente rilevasi che restando il mercurio costantemente all'altezza di 28 polli-

(*) Chiamasi Tubo Torricelliano da Torricelli discepolo di Galilei, poichè quegli fu il primo, che conobbe dalla pressione dell'aria dipendere la salita de' fluidi ne' tubi vuoti; e la confermò con varie esperienze. Oggidì comunemente chiamasi Barometro, di cui si parlerà nel Capitolo delle Machine Idrostatiche, ed in particolare poi nella Fisica Esperimentale.

ci circa, le molecole componenti il primo strato orizzontale del mercurio contenuto nel vaso, premeranno da giù in sù l' aria soprastante con forza eguale al peso del mercurio, che verticalmente potrebbe poggiare sull' istesso strato fino all'altezza de' 28 pollici circa. Or se colla medesima forza l'aria soprastante non premesse lo strato di mercurio, non vi sarebbe equilibrio tra il mercurio del tubo, e quello del vaso, l' uno scenderebbe, e l'altro salirebbe finchè venissero al medesimo livello. Quindi il mercurio stagnante nel vaso non può agire contro la colonna del tubo, che in ragione della semplice altezza che ha nel vaso stesso; e perciò non può bilanciare da se solo la colonna medesima.

Nè potendo ripetersi tale elevazione dall' aderenza del mercurio alle interne pareti del tubo, giacchè in tal caso ora più alto, ora più basso si fermerebbe il mercurio nel tubo stesso, come succede ne' tenuissimi tubi capillari, e tolta in qualche modo l' adesione alle parti del vetro, per nulla affatto si tratterebbe elevata la colonna di detto fluido; ne segue che non da altra cagione esterna debba il fenomeno ripetersi, che dalla pressione di quel fluido, che gravita costantemente, e s' appoggia su tutte le parti della superficie del mercurio, che è nel vaso; vale a dire dall' aria, che col suo peso agisce, e fa equilibrio colla detta colonna mercuriale.

III.° Dopo ciò se si da ingresso all' aria nel tubo per la parte superiore, si osserva immantinenti discendere il mercurio tutto nel vaso inferiore; perchè allora la pressione del mercurio contenuto nel tubo unita colla pressione della colonna d' aria introdotta, diviene il doppio di quella che era prima, onde le parti componenti la

base della colonna mercuriale premono l'aria esterna col doppio della forza, con cui la stessa aria preme da sù in giù; e perciò il mercurio nel tubo scende, e nel vaso sale, finchè in ambidue rimanga all' istesso livello. Sicchè la colonna atmosferica col suo peso premendo la superficie del mercurio, che è nel vaso, sostiene in equilibrio il mercurio all' altezza sola di circa pollici 27 ½, quando la parte superiore del tubo è vuota, val dire quando non contiene aria, che possa premere il mercurio nel tubo da sù in giù.

IV.° Poichè dagli effetti si sale alle cagioni, cui sono quelli proporzionali, devesi alle indicate prove aggiungere, che l' altezza della colonna mercuriale nel barometro è meggiore, o minore secondo che i luoghi, ove questo tubo è collocato, sono meno, o più elevati da un istesso livello, qual sarebbe per esempio il livello del mare. La prima esperienza di questo genere fu fatta da Pascal sull' alta montagna di Puy-de-Dôme nell' Alvernia, ove riferisce aver egli osservato che la colonna di mercurio si abbassò di circa tre pollici. Tale esperienza con egual successo fu ripetuta da varj Fisici, fra quali meritano essere annoverati i Signori De Luc, e Shuckburg. Fu anche da me verificata più volte sulla cima del Vesuvio, ove osservai l'altezza del mercurio a 24 pollici e 8 linee, mentre a livello del mare a 28 pollici circa.

A tali osservazioni aggiungasi per prova del nostro assunto, che addattato convenientemente il barometro alla machina pneumatica si osserva, che rarefatta l' aria, e tolta la pressione di questa, immediatamente si abbassa la colonna mercuriale: restituita l'aria si rialza il mercurio a proporzione che si condensa l'aria, o essa si ri-

riduce allo stato naturale. L' uso del sifone per cavare un liquore da un vaso senza muovere lo stesso vaso, nè perforarlo, immergendo un' estremità di quello nel liquore, e cavando coll' ispirazione l' aria dall' altra estremità, dipende dal medesimo principio.

V.° Eccovi un altro fatto, che viene in conferma di ciò che abbiam detto. Se dalla gravità dell' aria dipende l' elevazione del mercurio ne' tubi torricelliani, impiegando in vece del mercurio un fluido di minor gravità specifica, bisogna per le leggi d' equilibrio, che l' altezza, cui questo fluido resterà sospeso, sia maggiore di quella del mercurio, e precisamente nella ragione inversa delle gravità specifiche di questi due fluidi. Ora dunque se impieghisi l' acqua dovrà questa in un più lungo tubo essere sostenuta all' altezza 14 volte maggiore di 28 pollici, cioè a dire a circa 32 piedi. Ma ciò realmente succede per esperienza, giacchè sappiamo che volendosi inalzar l' acqua per mezzo dello stantuffo in un corpo di tromba idraulica (di cui parleremo a suo tempo) al di là di 32 piedi, l' acqua si ferma costantemente poco presso ad un tal termine. E di più essendo la gravità specifica dell' acqua a quella dell' olio, come 35 : 32, si dovrà alzare, e si alza effettivamente l' olio per effetto del peso dell' aria a 35 piedi di altezza. Non si può pertanto dubitare, che l' aria non sia pesante anzi che non prema la superficie de' corpi come lo farebbe una colonna d' acqua, cui la base fosse uguale a questa superficie, e l' altezza all' intorno, di 32 piedi. Dal che potrassi calcolare il peso atmosferico sulla superficie del nostro globo o di qualunque corpo.

Rapporto alle variazioni di codesta pressione

anche in un istesso luogo, ed alle cagioni dell'incostanza della medesima, se ne parlerà quando si tratterrà più diffusamente degli usi, e delle variazioni barometriche.

337. Un' altra per noi interessante proprietà dell' aria è di essere elastica. Fra gli esperimenti, che ciò comprovano, ne sceglieremo alcuni atti a dimostrare ad evidenza l' elasticità di questo fluido.

I.° Se dopo aver raccolta una porzione d'aria dentro una vescica ben chiusa, questa s' avvicinerà al fuoco, si vedrà che la vescica si dilata, e conseguentemente, che l' aria imprigionata si rarefà, poichè da qualunque banda si comprima la vescica, s'incontra una resistenza: per lo contrario, se questa vescica allontanata dal fuoco si collocherà in un sito freddo, il suo volume sminuirà notabilmente, nel qual fenomeno si ravvisa la condensazione dell' aria chiusa.

II.° È nota quella specie di machina chiamata (dall' inventore) fontana d' Erone. Essa consiste in un vaso, ove trovasi una determinata quantità d' acqua, al quale è adattato un tubo aperto da ambe le parti, alla di cui estremità superiore havvi un rubinetto, che la chiude ermeticamente. Anche il vaso è ben chiuso, ma è talmente guarnito di un orificio, e d' una valvola, che vi si può introdurre per mezzo di una siringa molt' aria, e condensarla. Ogni qualvolta si apre il rubinetto l' acqua esce dal buco superiore formando uno spruzzo, perchè l'aria imprigionata, e condensata preme di continuo colla sua forza elastica la superficie dell' acqua, e la costringe ad uscir fuora con violenza. L'impeto, con cui esce la palla dallo schioppo a vento, è pure

un effetto dell'elasticità dell'aria, che è stata compressa in gran copia nello schioppo.

Se dentro l'acqua s'attuffa un bicchiere colla bocca rivolta in giù, si vede che l'acqua s'introduce solamente qualche poco in esso, e che a qualsivoglia profondità sia immerso il bicchiere, come altra volta accennammo, sussiste sempre uno spazio occupato dell' aria, benchè vada restringendosi fino a un certo limite a proporzione dalla maggior profondità. Lo che dipende dalla resistenza, che fa l'aria colla sua elasticità. Egli è appunto per effetto di tal proprietà, che si può far discendere un lume acceso in fondo di una peschiera, o di un pozzo ripieno d'acqua. I Palombari fanno parimente uso di questa proprietà per fermarsi lungamente in fondo del mare, respirando l'aria, che è nella parte superiore di una specie di campana, che gli ricuopre, e suol chiamarsi *campana urinatoria*, molto facile ad immaginarsi.

III.° Prendasi una bottiglia rettangolare, di sottil vetro, cui sia bene otturato l' orifizio, e pongasi sotto il recipiente della machina pneumatica. Tostochè si comincierà a far il vuoto in quello, l'aria racchiusa nella bottiglia non essendo controbilanciata da quella, che contenuta pria nel recipiente esercitava la sua pressione contro le pareti della superficie medesima, si dilaterà con tanta violenza, che vinta la naturale aderenza delle particelle del vetro, di cui è formata, la ridurrà in infiniti minuzzoli con uno scoppio sensibile. Può farsi uso di una vescica alquanto afflosciata, di cui il collo sia legato, per ottenere presso a poco un simile risultato. Ma se in vece della vescica libera racchiudesi ella entro una scatola, e pongasi sotto il recipiente della machina

indicata, avverrà ugualmente, che cotesto piccol volume d' aria andrà dilatandosi di mano in mano che s' andrà facendo il vuoto, e la sua molla sarà si poderosa, che quantunque il coperchio della machina fosse caricato di più libbre di peso, pure lo solleverà notabilmente insieme col peso medesimo. E se in tale stato di cose s' introdurrà l' aria di bel nuovo entro il recipiente, l' aria si ridurrà insieme colla vescica al suo primiero volume, e si vedrà il coperchio co' sovrapposti pesi discendere al segno ov' era dianzi.

IV.° L' esperienza ci dimostra ancora, che il volume, cui può esser ridotta l' aria per mezzo della compressione, è sensibilmente in ragion inversa del peso, da cui è compressa. In un tubo di vetro ricurvo, ovunque dello stesso diametro, di cui un ramo sia lungo circa 10 piedi, e l' altro di un solo, si versi del mercurio nel tubo più lungo con tale diligenza, ed arte, che l' aria nel ramo più corto rimanga nello stato naturale mentre che la parte orizzontale si riempie di mercurio. Ognun comprende che in tale stato il picciol volume d' aria racchiuso nel minor tubo, la cui densità per ipotesi non è punto alterata, soffre la pressione di una intiera colonna d' aria, e colla quale trovasi egli equilibrato in virtù della sua elasticità. Or se nel tubo più lungo si continui a versare del mercurio fino all' altezza di 28 pollici, si vedrà il mercurio nell' altro ramo salire alquanto, e giungere alla metà del tubo ove era l'aria. Vale a dire che siccome una colonna di mercurio di 28 pollici pareggia in peso un' intiera colonna d' aria atmosferica, così il volume d' aria rinchiuso nel più breve tubo deve soffrire in questo caso una pressione uguale a quella, che riceverebbe da due intiere colonne atmosferiche, ed

in conseguenza doppia della prima, onde occuperà la metà dello spazio, che occupava. Se altrettanto di mercurio si versi, vale a dire altri 28 pollici, giunge nell' altro più breve ramo il mercurio a due terzi della sua altezza, e così in seguito. In questo caso si capisce che la pressione è tripla, e quindi il volume d' aria si ristringerà ancora in uno spazio, che sarà la terza parte di quello, che naturalmente avea sul principio nel tubo. Il contrario succede facendone uscire con egual proporzione, e a poco a poco, il mercurio, cioè con egual rapporto l' aria va dilatandosi. Dunque l' aria non solo è compressibile, ed elastica, ma se ne diminuisce il volume a proporzione, che cresce la forza premente, e viceversa, nel qual rapporto cresce, o diminuisce in conseguenza la densità. Essendo dunque la nostra atmosfera in uno stato di compressione abituale, l' elasticità, e densità della medesima sarà ne' varj strati sempre diversa, giacchè diverso è sempre il peso, ed il grado della pressione, che soffre; prescindendo ora da tutte le altre cagioni produttrici gradi diversi di pressione, e di maggiore, o minore densità.

V.° Poichè la forza elastica dell' aria è proporzionale alla forza, ond' è compressa; nello stato naturale questa elasticità sarà uguale alla pressione atmosferica. Onde l' aria esistente nello stato naturale presso il livello del mare colla sua forza elastica soltanto potrà sostentare l'acqua nelle trombe vuote sino all' altezza di 32 piedi, ed il mercurio nel barometro sino a circa 28 pollici. Onde non è maraviglia che nel barometro stia la colonna a 28 pollici, anche quando è piccola la colonna dell' aria, che a questo sovrasta, o che l' aria del ricettacolo, o della camera niuna co-

municazione abbia coll' aria libera, e aperta, vale a dire coll' intera colonna atmosferica, come accade allora quando si chiude o si fa comunicare sotto la campana pneumatica il barometro. E ciò perchè in tal caso l' effetto nasce non dalla gravità, ma dalla elasticità dell' aria, che esattamente equivale alla pressione prodotta dalla gravità medesima.

338. Finiremo quest' articolo con alcune riflessioni. 1.° Vi è molta differenza tra la pressione di un fluido elastico prodotta dalla elasticità, e quella che nasce dalla gravità. Un fluido elastico rinchiuso dentro una capacità preme colla sua elasticità in direzione perpendicolare contro ciascun punto fisico costituente la capacità, invece che la pressione cagionata dalla gravità ha luogo solamente contro la base, ed i lati. Ma allorchè l'altezza della capacità non è molto grande, il fluido si può considerare come ugualmente denso in tutta la sua altezza, e conseguentemente la sua elasticità essere la stessa contro ciaschedun punto, che costituisce la superficie del vano interno: in vece che la pressione prodotta dalla gravità diminuisce a misura che una parte premuta trovasi più vicina alla superficie del fluido. È sempre vero però che la pressione prodotta dall' elasticità dell' aria può superare di gran lunga quella della sua gravità. Inviteremo i nostri lettori a consultare le memorie di Eulero (negli atti dell' Acc. di Pietroburgo) giacchè la brevità di una Istituzione ci vieta di riportare quà le formole da lui stabilite sù questa teoria.

2.° Benchè l' aria, secondo le osservazioni di Boyle, di Gregory, e di Cotes per la sua virtù elastica possa dilatarsi in uno spazio molto maggiore di quello, che occupa nello stato naturale, non può però ugualmente ristringersi. Egli è ve-

ro, che si ristringe a proporzione della forza, con cui è premuta; nondimeno deve ciò succedere finchè le parti dell' aria non vengono al perfetto contatto tra loro, poichè allora non possono penetrarsi. E perciò l' aria, ed ogni altro fluido elastico aver deve de' limiti, che non può oltrepassare sì per riguardo alla sua densità, che riguardo all' elasticità. Il celebre Hales riferisce aver condensato l' aria circa 1800 volte più dello stato naturale, benchè Boyle, et Haley non siano riusciti a condensarla più di 60 volte. Così una massa finita non potrà dilatarsi in uno spazio infinito. Conforme ai calcoli del Cav. Shuckburg e di altri, l' aria rendesi più capace di espandersi a proporzione che si diminuisce il peso dell' atmosfera. Questo Fisico ha calcolato che l' espansioni dell' aria, in forza del calorico, sono tra se esattamente, come le elevazioni; e che all' elevazione di 100 piedi (per ciascun grado del termometro di Rèaumur) l' aria si espande di un mezzo piede; e così più o meno secondo la maggiore, o minore elevazione. Ma poichè le forze comprimenti, che noi impiegar possiamo nelle esperienze, non eccedono mai certi limiti, così possiamo attenerci a quanto già abbiamo determinato.

5.° È necessario riflettere che la pressione dell' atmosfera non è a noi sensibile, finchè siamo circondati dall' aria nello stato naturale; perchè pressioni uguali (cui siamo abituati), e che si fanno in direzioni opposte, s' equilibrano fra di loro; ma se venga a rarefarsi l' aria presso di qualche parte del corpo, o che si procuri di far un vuoto, benchè imperfetto, allora sentesi la pressione, come esperimentasi colle *ventose* applicate alle spalle, o ad altra parte del corpo, e come si prova co' due molto noti emisferi di Gue-

rike di Magdeburgo. Per separare, o alzare tali corpi compressi dall' aria conviene adoprare una forza, che superi il peso atmosferico equivalente ad una colonna di mercurio, che ha la base uguale alla superficie premuta. Per l' istessa ragione durasi fatica ad innalzare l' embolo, o lo stantuffo di una tromba, o di un cilindro pressochè vuoto, e di un turacciolo d' una bottiglia, anche prescindendo da ogni forza di coesione.

Finalmente non convengono i Fisici sull' altezza dell' atmosfera. Essa non è nè costante, nè determinabile, pure può dirsi che sia tra 50, e 60 miglia.

Si noti che riguardo a' modi di determinare l'elasticità dell'aria in qualsivoglia densità, riguardo alle formole che per ciò si stabiliscono, ed all'applicazione delle medesime ad altri fluidi elastici, come sarebbe quel fluido, che si sviluppa dalla polvere da schioppo allorchè brucia; rimettiamo i nostri Allievi ai Trattati d' Artiglieria pratica, o a quelle Istituzioni Fisiche, cui le circostanze non limitate del tempo permettono diffondersi su di ciò. Termineremo coll' accennare, che dai risultati delle dimostrazioni del celebre Cotes, apparisce che la densità dell' aria va diminuendo in proporzione geometrica, qualora le altezze della medesima, cominciando dalla superficie della Terra, vengano a prendersi in proporzione aritmetica.

Riguardo alla gravità specifica dell' aria con quella dell' acqua non esattamente combinano le opinioni de' Fisici, avendola alcuni ritrovata come 1 a 1000, ed altri come 1 ad 885, anche come 1 : 860, e come 1 : 850. Sembra che il peso specifico dell' aria, quando ella trovasi nello stato medio della sua densità, sia a quello dell' acqua nell' ultimo rapporto di 1 : 850.

PARTE IV.

IDRODINAMICA.

Del moto de' fluidi.

339. Allorchè ne' fluidi si distrugge l' equilibrio, il quale, come abbiam veduto, costituisce l' oggetto dell' Idrostatica, dee per necessità seguire in essi il moto. Questo è appunto l' oggetto dell' *Idrodinamica*, che in particolare prende il nome d' *Idraulica*, quando riguarda il moto dell' acqua. Lo scolo de' fluidi da certe aperture, il moto delle acque ne' canali scavati dall' arte, o dalla natura, le forze da' fluidi esercitate co' loro pesi, o con gli urti loro, la miglior maniera d' impiegare l' azione di questi fluidi per muover le machine, ec., sono oggetti, la cui cognizione puossi assai frequentemente applicare a' bisogni della società. Ma quanto è utile l' Idraulica, altrettanto è difficile a trattarsi. Quasi mai non si perviene, che per mezzo di calcol sublimi a rigorosamente dimostrare quelle stesse proposizioni, che riguardansi come le più semplici: ed i più grandi Geometri dello scorso secolo, e del corrente, che sembra abbiano esaurito tutti i mezzi, che somministra l' Analisi alle loro ricerche, hanno ritrovato de' risultati così composti per la natura della cosa medesima, che considerar non si possono, se non che come verità geometriche, senza dubbio stimabili, anzi preziose in se stesse, ma non giammai come simboli proprj a rappresentarci l' imagine vera, e

sensibile del moto attuale d'un fluido (*). Buon per noi che per la prattica ricavar possiamo dalle esperienze i vantaggi medesimi con 'de' metodi approssimanti, che ottener potremmo co' mezzi i più esatti, e sublimi.

Or dunque poichè il moto dell' acqua è lo scopo più interessante per i bisogni della società, e questo è quel fluido più ovvio, e più addatto alle esperienze; perciò ci serviremo della parola *acqua* per dinotare qualunque fluido incompressibile. Le leggi, che osservansi, seguendo il metodo, che a ragion veduta ci siam prefissi, saranno da noi dedotte dall' esperienza: metodo in vero men rigoroso, ma più semplice, e più facile. Delle sperienze poi esporremo colla maggior precisione i risultati, anche con espressioni analitiche, ove queste avran luogo per indi dedurne con maggior facilità, e precisione le conseguenze, e le applicazioni.

(*) " Les formules, dice Bossut *Hydraulique chap. 1.*, pour les „ loix du mouvement des fluides dans leur état de generalité sont fort „ compliquées, et presque inapplicables à la pratique, même pour „ les cas les plus simples. Je vais examiner d'abord si, en renonçant „ a la trop scrupuleuse exactitude des hypoteses, sans s'exposer neamoins au risque de commettre des erreurs sensibles dans la pratique, il n'est possible de soumettre le mouvement des fluides aux „ principes de la Mecanique, et de la Geometrie. Cet ordre me paroit „ plus naturel dans un Ouvrage destiné principalemant à l'utilité pu„ blique. „ E d'Alembert così si esprime -- *Traité de l'equilibre, et du mouvement des fluides* . . . . . " La Mechanique des corps soli„ des n'etant appuyé que sur des principes metaphysiques, on peut „ determiner exactement ceux qui doivent servir de fondement aux „ autres . . . . La theorie des fluides doit necessairement avoir pour „ base l'experience. Celle-ci seule peut nous instruire sur les loix fon„ damentales de l'Hydrostatique. "

Della velocità, e quantità di fluido, che esce dalle luci de' vasi.

340. Non avendo le molecole componenti un fluido fra loro una sensibile coerenza, e perciò potendo ciascuna di esse avere un moto proprio, e particolare, diverso da tutte le altre, nè viene in conseguenza che quand' anche si conoscesse il moto di alcune particelle di un fluido, non per questo sarebbe noto anche il moto delle altre, come accade ne' solidi. Di qui anticipatamente si deduce, che le ricerche generali intorno al movimento de' fluidi condur debbano necessariamente a calcoli complicatissimi, e (come dice Bossut) bene spesso intrattabili. Svanisce non pertanto una parte di queste difficoltà, qualora si concepisce il fluido ristretto in canali, o in vasi, da qualche apertura de' quali si fa scorrere, o uscire: avvegnachè allora viene prescritto al fluido il cammino, e solo trattasi di trovare la sua velocità. Ma, per vero dire, anche in questo caso particolare il più delle volte è mestieri di assumere dati, ed ipotesi, che si allontanano un tal poco dalla natura; e ciò ad effetto di ottenere de' risultati, i quali non troppo discordino col fatto, e coll' esperienza. Il nostro primo oggetto sarà dunque quello di determinare con quale velocità un fluido esce dalla luce di un vaso; e poi calcolarne la quantità. Prenderemo l' acqua per norma d' ogn' altro fluido.

DELLA VELOCITA' DELL' ACQUA, CHE ESCE DALLA LUCE DI UN VASO.

341. Dovendo l'esperienza servirci di guida, riferiremo que' soli esperimenti, che sono i più decisivi, ed inalterabili per fissare quanto ha rapporto colla velocità dell' acqua, che esce dalla luce di un vaso, esaminando tanto il caso, in cui l' acqua si mantiene costantemente alla stessa altezza, come il caso, in cui questa vada successivamente diminuendo. Fra gli esperimenti, o principj pratici addottati da Maclaurin, da' Bernulli, da Bossut, Prony, d' Alembert, e da altri autori, quello, che in una maniera più semplice mi è sembrato dimostrare con quale velocità esca un fluido da una luce di un vaso, è il seguente, riportato anche da Caravelli nella sua Idraulica, e che io riferirò presso a poco ne' stessi termini, co' quali, è stato istituito.

Fig.121 Prendasi un vaso cilindrico AB di vetro, o di cristallo, alto più di un piede, e del diametro di circa mezzo piede, che abbia un foro, o una luce circolare in F poco più di un minuto di diametro. Si collochi col lato procedente pel centro della luce in sito esattamente verticale. Indi si abbia una tavoletta MO ben liscia, e rettangola; e nel lato della medesima LM si segnino da L in S dieci pollici. Di più per li quattro punti S, R, P, Q, distanti l' uno dall' altro d' un pollice, si segnino sulla tavoletta quattro rette perpendicolari al lato LM, dividendole anche in pollici. Si addatti poi l' istessa tavoletta al vaso in modo, che dal centro della luce fino ad L sianvi 6 pollici e che la vena d'acqua sgorgante da F possa scorrere quasi radendola. Ciò disposto si riempia d' acqua il vaso fino al punto

L, e aperta la luce F si notino immediatamente i punti C, D, E, G delle rette segnate sulla tavoletta, ai quali si osserva corrispondere il mezzo della vena d'acqua, verificandoli più volte con rimettere sempre nel vaso l'acqua uscitane, acciò tali punti vengano notati, quando l'altezza dell'acqua sul centro della luce non abbia sensibile differenza dall' altezza di sei pollici. Seguitando poi la vena a scorgare da F, quando osservasi nel vaso la superficie dell' acqua giunta al punto X, due pollici più sotto del punto L, si notino nelle medesime rette i punti H, I, K, V, ai quali vedesi allora corrispondere il mezzo della vena. Finalmente separata la tavoletta dal vaso, si misurino esattamente sì le rette PC, QD, RE, SG, che le PH, QI, RK, SV; per quanto si ripetano le stesse operazioni, purchè si usi tutta l' esattezza, si troveranno costantemente, come veggonsi quì sotto notate:

PC	Pollici 4, 9.	PH	= 4, 0.
QD	= 6, 9.	QI	= 5, 8.
RE	= 8, 5.	AK	= 6, 9.
SG	= 9, 7.	SV	= 7, 9.

Da tale esperienza rilevasi, che i numeri esprimenti le rette PC, QD, RE, SG sono a un di presso le radici quadrate de' prodotti, che nascono moltiplicando i numeri 1, 2, 3, 4, esprimenti le rette FP, FQ, FR, FS, per 24, che è il quadruplo del numero esprimente FL. Similmente i numeri, che trovansi esprimere le rette PQ, QI, RK, SV, sono all' incirca le

radici quadrate de' prodotti, che nascono moltiplicando l'istessi numeri 1, 2, 3, 4 esprimenti le rette *FP*, *FQ*, *FR*, *FS*, per 16, che è il quadruplo del numero, che esprime *FX*.

Dunque la vena d'acqua, che sgorga dalla luce *F*, è sempre disposta in arco parabolico, e precisamente in arco di una parabola, che ha per vertice la luce *F*, per asse la verticale procedente dall'istessa luce, e per parametro il quadruplo dell'altezza, che ha l'acqua nel vaso sulla luce medesima. Perciò si può dire, che *ogni particella d'acqua, che esce dalla luce, esce con quella stessa velocità, che acquista ogni corpo nella libera discesa per l'altezza, che ha nel vaso l'acqua sulla luce nel momento della sua uscita.*

342. Ecco dunque fissato un principio dedotto immediatamente dall'esperienza, dal quale ricavansi le seguenti conseguenze. 1.° Se in un vaso mantengasi il fluido sempre all'istessa altezza, con riceverne dalla parte superiore tanta quanta ne sgorga dalla sua luce, le parti del fluido, che successivamente escono da questa, escono tutte sempre coll'istesso grado di velocità. *E perciò nel tempo in cui, un corpo liberamente scenderebbe per l'altezza costante del fluido sulla luce, la vena, che passa per la luce, passandovi in tale caso con moto equabile, deve avere una lunghezza doppia della detta altezza:* e ciò *coerentemente ai principj dimostrati in Dinamica.*

2.° Se poi l'altezza del fluido nel vaso va successivamente diminuendo, la *velocità delle molecole di fluido, che successivamente vanno uscendo dalla luce, si va anche continuamente diminuendo a proporzione che si va dimi-*

nuendo la radice dell' altezza del fluido nel vaso sulla luce. Ed in conseguenza se da due luci diverse di un istesso vaso, o di due vasi differenti, escono due vene di un fluido., le velocità delle parti nell' uscire da tali luci sono sempre nella ragione delle radici delle altezze del fluido sulle medesime luci nel momento che escono.

3.° Ne segue, che un fluido al sortire dall' orifizio di un vaso ha una velocità tale da poter salire ad un' altezza uguale a quella, che ha lo stesso fluido sulla luce del vaso, nella stessa guisa che un corpo, il quale scende liberamente in virtù della sua gravità, acquista una velocità capace di farlo salire alla medesima altezza. Ed in conseguenza se la velocità, con cui il fluido esce continuasse ad animarlo uniformemente, egli percorrerebbe nello stesso tempo uno spazio doppio dell' altezza dovuta alla velocità.

Notisi che se il fluido si facesse sgorgare per molte picciole luci nel tempo stesso, l'uscita del fluido per ciascuna di dette aperture seguirà le stesse leggi come se egli sgorgasse solo da ciascuno degli orifizj in particolare. Si osserverà soltanto qualche sensibile differenza se una picciola luce sia in vicinanza di una luce più grande, giacchè allora la maggior quantità di fluido, che esce da questa, disturba, e diminuisce il moto di quella. Si consultino le esperienze di Bossut, e di Michelotti.

343. Ragionando sulle conseguenze immediatamente dedotte dal riferito esperimento vediamo come si possono *determinare le lunghezze delle vene, che sgorgano da una luce in un dato tempo quando le altezze costanti del fluido rapporto alla luce sono date.* Sia *ABCD* un vaso

Fig. 1. con una picciola luce F. Esprima FP un altezza di piedi 15, quant' è lo spazio, che ogni corpo verticalmente cadendo percorre in un minuto secondo; ed esprima altresì PM la lunghezza della vena d' acqua, che può in un secondo uscire da F quando l' acqua si mantiene nel vaso all'altezza costante FP sulla luce F. Sarà $PM = 2PF$ S' intenda descritta la parabola FMT; che abbia per asse FA, per vertice F, e per ordinata all' asse corrispondente all' ascissa FP, la retta PM Sarà il parametro di tale parabola il doppio di PM, o il quadruplo di PF, e conseguentemente sarà di 60 piedi. Or s' intendano tirate nella parabola FMT quante ordinate si vogliono QN, RS ec. all' asse FA. Essendo le rette QN, PM RS nella ragione delle radici di FQ, FP, FR; saranno QN, PM, RS nella ragione delle velocità, colle quali uscirà l' acqua da F, quando le sue altezze nel vaso AC su F saranno rispettivamente FQ, FP, FR, e perciò nella ragione delle lunghezze delle vene, che sgorgheranno in I da F, quando le altezze costanti dell' acqua nel vaso sulla luce F saranno FQ, FP FR; ma FM dinota la lunghezza della vena, che sgorga da F in I, quando l' altezza costante dell' acqua su F è $= FP$. *Dunque* QN, RS, *ec. dinoteranno le lunghezze delle vene, che usciranno da* F *in un minuto secondo, quando le altezze costanti dell' acqua nel vaso su di* F *saranno rispettivamente* QF, RF, *ec.*

Sicchè *data l' altezza costante di un fluido sulla luce, si determina la lunghezza della vena, che esce in un minuto secondo*, con estrarre la radice quadrata dal prodotto della data altezza moltiplicata per piedi 60: *e data la lunghezza della vena, che esce in un secondo*

si determina l' altezza costante del fluido sulla luce , con dividere il quadrato della lunghezza data della vena pure per 60 piedi.

Avvertasi bene che nel fare, o nel verificare l' addotta esperienza si deve dare all' acqua nel vaso piccola altezza, acciò il fluido esca dalla luce con picciola velocità, vale a dire con tale velocità da non ricevere dalle resistenze indispensabili diminuzione sensibile.

Notisi inoltre che quanto si è ricavato dall' indicata esperienza è stato assai bene confermato da replicati esperimenti idraulici fatti dal Professore Michelotti nella Regia Università di Torino, e da altri valenti Fisico Matematici.

344. Per istabilire la legge della velocità, colla quale l' acqua sgorga dalle luci de' vasi, ho seguito il metodo addottato da alcuni esattissimi, e valenti Idraulici, quello cioè di ricorrere all'esperienza anzi che alle dimostrazioni dateci, benchè per vie diverse, dal Newton, dal Varignon, da Alembert, e da altri. Imperciocchè riguardo all' opinione di Newton sembra essa appoggiata a una supposizione, che non s' accorda colla natura. Newton ripete la velocità dell' acqua, nell'uscire dalla luce d' un vaso, dalla caduta libera delle sue parti per l' altezza, che ha l'acqua sulla luce, formando allorchè discende, o si abbassa nel mezzo dell' acqua contenuta nel vaso una figura a *imbuto*, che chiama *cateratta* e suppone egli che gli strati orizzontali d' acqua, contenuti nello spazio della cateratta, in aprirsi la luce, incomincino dalla quiete a muoversi, spinti dalle sole loro gravità, senza che vi abbia parte la pressione, e che nel discendere fino alla luce per uscire da essa, non premendosi l' un l'altro, vi scendino liberamente. 1.° Se ciò fosse s'osserverebbe

be in aprirsi la luce la velocità nelle parti, che vanno successivamente uscendo da essa, andare per gradi crescendo, finchè verrebbero ad uscire quelle parti, che cadrebbero per l' altezza intiera, che ha l'acqua sulla luce. Il che è falso non osservandosi le prime gocce andare a minore distanza dalle seguenti; ma tutt' il contrario. 2.° In aprirsi la luce cesserebbe l' acqua contenuta nello spazio della cateratta di premere l'altra che resterebbe intorno a lei, e quest' altra perdendo il suo equilibrio turberebbe la discesa libera di quella. 3.° Se un vaso fosse pieno in parte di mercurio, ed in parte d' acqua, e si facesse evacuare per una luce fatta nel fondo si dovrebbe osservare prima uscire una porzione del mercurio, indi tutta l' acqua, e finalmente il restante del mercurio. Però questo non si osserva. Anzi chi volesse più agevolmente farne l'esperienza coll'acqua, e coll' olio, osserverebbe non uscire una goccia d'olio, se prima non è uscita tutta l' acqua. Da tutto ciò si vede che la supposizione di Newton (uomo d' altronde insigne, e rispettabilissimo) non s' accorda col fatto, o coll' esperienza; e non sembra al dir di Frisi, che un' ingegnosa imaginazione.

Il Varignone poi dimostra assai bene, supposta l' acqua in un vaso ora a un' altezza, e ora a un' altra, che per cagione delle pressioni delle colonne soprastanti alla luce, le parti fluide, che escono in istanti uguali di tempo, debbono uscire con velocità proporzionali alle radici delle altezze delle dette colonne. Però non dimostra egli, nè può dimostrare che tali velocità sono quelle appunto, che i corpi acquistano scendendo liberamente per le medesime altezze.

Nè dimostra che incominciato il moto nell' acqua la pressione segue a fare azione nel modo, che la fa, passando il fluido dalla quiete al moto. Dunque l' ipotesi di Varignone è difettosa.

Altri hanno creduto di pervenire all' intento col supporre che gli strati del fluido, che si muove, restino fra loro paralleli e che in tutte le particelle del medesimo strato si abbia sempre un eguale velocità, e che in tutte la direzione del moto sia parallela. Tale è l' opinione di M. D' Alembert. Ma la prima supposizione non è generalmente conforme alle sperienze, mentre la superficie de' vasi, che si vuotano, spesse volte si abbassa nel mezzo, massime se il foro non è molto piccolo, e l' altezza del fluido non molto grande. La seconda non può essere esattamente vera nei vasi, che non siano verticali, e prismatici, e non si può in alcun modo applicare agli strati, che sono in vicinanza dei fori, dove le direzioni incominciano visibilmente a convergere. In fine l' una e l' altra difficilmente si avvera ne' larghi canali ricurvi.

345. Non v' è dubbio che la pressione è quella, che caccia l' acqua dalla luce d' un vaso coll' indicata velocità. Anzi M. Jurin ha dimostrato essere la pressione verticale la metà di quella forza necessaria a cacciar l' acqua fuori della luce colla detta velocità. Per conseguenza dobbiamo persuaderci che vi contribuisce non meno la pressione laterale della verticale. Ma essendoci ignoto il meccanismo delle parti de' fluidi, con cui si premono vicendevolmente, non si potranno mai nè la pressione laterale de' fluidi, nè la quantità di tale pressione, nè la legge della velocità, colla quale i fluidi sgorgano dalle luci de' vasi

per altra strada conoscere, se non per quella immediata delle esperienze.

Per vieppiù confermare quanto abbiamo detto relativamente alla velocità de' fluidi, che escono dai vasi, convien riflettere essere verissimo, che la velocità d' un fluido, che incomincia ad uscire dalle aperture di qualche vaso, è come la radice dell' altezza di tutto il resto del fluido che preme. Mentre le pressioni dei fluidi omogenei si misurano dalle semplici altezze, come già abbiamo detto: le istesse pressioni devono ancora proporzionarsi alle quantità di moto, che generano in un dato tempo: la quantità del moto è come la quantità del fluido, che esce nel tempo dato, moltiplicata per la comune velocità: la quantità istessa del fluido è proporzionale alla velocità, con cui esce: e però le altezze sono proporzionali ai quadrati delle velocità; e le semplici velocità alle radici delle altezze. Quindi sarebbe concludente il discorso d'alcuni Idraulici, quando si limitasse al principio del moto: nel qual caso rimanendo ancora stagnante tutto il resto del fluido al di dentro del vaso, non vi può essere nessun dubbio che la quantità del moto nelle prime particelle, che sortono, non sia l' effetto intiero della pressione. E poichè la pressione dei fluidi si esercita sempre egualmente verso qualunque parte, la proporzione delle velocità rimarrà sempre la stessa comunque la luce sia fatta o nel fondo del vaso, o di fianco; e così le velocità, con cui lo stesso fluido comincierà ad uscire dai fori sotto altezze differenti, saranno proporzionali alle radici delle altezze medesime. Lo stesso potrebbe dirsi di un fluido, che continui ad uscire da un foro infinitamente piccolo, poichè in

questa supposizione tutto il resto del fluido dentro del vaso potrebbe sempre considerarsi come stagnante. Ma nel caso di una luce qualunque, e di un moto continuato, e fuori, e dentro del vaso possono nascere tanti dubbj intorno alla quantità, e alla direzione del moto, e della pressione, che il problema superi affatto le forze della Geometria, e del calcolo.

Generalmente parlando, dirò con Frisi, la difficoltà di tutti i problemi cresce in proporzione del numero delle condizioni, e degli elementi che vi entrano. Così i problemi meccanici sono più complicati quant' è maggiore il numero de' corpi, dei quali si cerca il moto, e che in qualunque maniera agiscono fra loro. Ora in una massa di fluido, che si muova in qualsivoglia tubo tutte le particelle agiscono insieme urtandosi, premendosi, e secondo la natura del fluido facendo passare la pressione dall' una all' altra in qualunque senso, o all' infinito. Dunque il determinare la velocità, e il moto di ciascuna particella è un problema, che dipende da molte equazioni. Per questo io riguardo (di comune consenso con altri Idraulici) la scienza del moto de' fluidi come una parte della Fisica esperimentale piuttosto che della Meccanica analitica. Si aggiunga che nella pratica delle acque correnti bastano le prove, e le dimostrazioni fisiche; e che, da quanto abbiam provato, dee riguardarsi come una verità fisicamente certa; che i fluidi nell' uscire dai vasi incominciano, e continuano a muoversi colle leggi medesime; e che la velocità tanto nel principio, quanto nel proseguimento del moto, è quell' istessa, che si acquisterebbe cadendo liberamente da tutta l' altezza del fluido superiore.

346. Non sarà fuor di proposito l' osservare, che la velocità di un fluido, allorchè esce dalla luce di un vaso, sarà (data l' altezza) sempre la stessa, qualunque siasi la specie di fluido; poichè avrà costantemente per valore, o misura, la velocità dovuta a quella data altezza.

Per esempio essendo il mercurio quasi 14 volte più grave dell' acqua, posti ad uguali altezze questi fluidi in due vasi, non perciò il mercurio uscirà con velocità 14 volte maggiore di quella che avrà l' acqua; che anzi deve uscire con uguale velocità. Imperciocchè la quantità di materia, che viene cacciata in un istante di tempo dalla luce quando nel vaso vi è il mercurio deve essere alla quantità di materia, che viene cacciata dall'istessa luce quando nel vaso v'è l'acqua all' istessa altezza, come la forza premente nel primo caso alla forza premente nel caso secondo, o come 14 : 1 in circa. Ma i corpi spinti da forze proporzionali alle loro quantità di materie acquistano velocità uguali. Dunque coll' istessa velocità deve il mercurio uscire dalla luce di un vaso, che uscirebbe l'acqua se avesse nel vaso la medesima altezza del mercurio. Il che vien confermato dalle esperienze di Michelotti, e di Guiglielmini, da me più volte ripetute: vale a dire riempiuto un vaso ora di mercurio, e ora d' acqua, notati i tempi, nei quali in ambi i casi si evacuò il vaso per una sua luce fatta nel fondo, furono sempre trovati uguali. E ciò che si è detto del mercurio si deve intendere anche di tutti gli altri fluidi dell' istessa densità da pertutto. Quindi i fluidi omogenei sono spinti fuori dalle luci de' vasi colle velocità, che acquistano i corpi cadendo liberamente per le altezze, che hanno i medesimi fluidi

sulle luci. E se si trovano fluidi, che non ubbidiscono a tale legge deriva in essi sì fatta mancanza dal lentore, o dalla forza di coesione delle loro parti, che diminuisce in esse la velocità impressa dalla pressione.

DELLA VELOCITA' MEZZANA DE' FLUIDI, CHE SGORGANO DALLE LUCI LATERALI DE' VASI.

347. Derivando la velocità, colla quale escono i fluidi dalle luci de' vasi, dalla pressione o che sia la luce fatta nel fondo, o nella superficie laterale de' vasi medesimi, in qualunque caso la velocità, colla quale uscirà da lei il fluido, sarà la stessa, se l' istessa sarà l' altezza del fluido in ambi i casi sulla luce. Quando però la luce è in un piano orizzontale, è chiaro, che essendo tutti i suoi punti in tale caso ugualmente distanti dalla superficie del fluido, da tutti i suoi punti sgorgar deve il fluido coll'istessa velocità. Se poi la luce non è in un piano orizzontale, ed i suoi punti in conseguenza non sono ugualmente distanti dalla superficie del fluido; in tale altro caso sgorga il fluido da' punti disugualmente distanti con gradi diversi di velocità. La Geometria ci somministra i mezzi di potere in tal caso determinare una velocità, colla quale se da tutti i punti sgorgasse il fluido, uscirebbe dalla luce nel medesimo tempo l'istessa quantità di fluido, che n' esce sgorgando dagli diversi punti con gradi diversi di velocità. Una sì fatta velocità si chiama *velocità mezzana*.

Ci contenteremo d' insegnare quì il modo d i determinare la velocità mezzana relativamente alle luci rettangole, e verticali poichè per la pratica questa determinazione è sufficiente.

348. Suppongasi essere $ABCD$ una luce verticale, e rettangola di un vaso interamente pieno d'acqua, *si vuol determinare della vena d'acqua; che da questa luce sgorga, la velocità mezzana.*

Fig. 123 Si prolunghi BC in L fino alla superficie dell'acqua, e intorno all'asse BL s'intenda descritta la parabola FKG col parametro di 60 piedi. S'intendano inoltre dai punti B, e C tirate nella parabola le ordinate BG, CK all'asse BL; è chiaro che l'arco parabolico KG limiterà tutte le ordinate, che dinotano lo lunghezze delle varie vene, che in un minuto secondo uscirebbero dalle diverse parti della luce, se ella fosse con rette parallele ad AB divisa in piccioli rettangoli d'uguali altezze. Or supponiamo essere EI l'ordinata, che disegna la lunghezza della vena, che uscirebbe in un minuto secondo, se da tutti i punti uscisse l'acqua colla velocità mezzana. Un volume, che avesse per base lo spazio parabolico $BGKC$, e per altezza CD, dinoterebbe la quantità d'acqua, che in un minuto secondo uscir potrebbe dalla luce. E 'l volume, che avrà per base il rettangolo BH, e per altezza l'istessa CD, dinoterà la quantità coll'acqua, che in un secondo uscirebbe dalla medesima luce, se da tutti i suoi punti uscisse colla velocità mezzana. Dunque dovendo essere tali quantità d'acqua uguali, saranno anche uguali i detti volumi; e perciò lo spazio parabolico $BGKC$ è uguale al rettangolo BH, e conseguentemente si avrebbe $EI=\frac{BGKC}{BC}$; cioè sarebbe nota la lunghezza della vena, che uscirebbe colla velocità mezzana: la quale potrassi determinare nel

seguente modo. Facciasi $BG=y$; $BL=x$; $CK=y'$; $CL=x'$; $EI=Y$; $EL=X$; $BC=a$; essendo lo spazio parabolico $BGKC=\frac{2}{3}(xy-x'y')$, sarà la vena corrispondente alla velocità mezzana, ossia

$$Y=\frac{2}{3a}(xy-x'y')=\frac{2}{3a}(x\sqrt{(60.x)}-x'\sqrt{(60.x')})$$

Perciò nota l' altezza a della luce, e le distanze x, ed x' dalla superficie dell' acqua, si avrà il valore della $Y=EI$, cioè della vena, che sgorga colla velocità mezzana.

349. Supponiamo ora, che la luce giunga sino alla superficie del fluido, sarà allora $BC=BL$, e $CL=0$; onde $EI=Y=\frac{2}{3}\sqrt{(60.x)}=\frac{2}{3}y=\frac{2}{3}BG$; cioè la velocità mezzana in tale ipotesi sarà due terze parti, di quella, colla quale escono dalla luce le parti, che hanno la massima velocità.

Inoltre essendo $y=\sqrt{(60.x)}$; ed

$$Y=\frac{2}{3a}[x\sqrt{(60.x)}-x'\sqrt{(60.x')}]$$

potremo istituire la proporzione seguente

$$60.x : \frac{4}{9a^2}x\sqrt{(60.x)}-x'\sqrt{(60.x')})^2=x : X;$$

Onde $X=\frac{4}{9a^2}(x\sqrt{x}-x'\sqrt{x'})^2$,

Vale a dire determinato il valore d' $X=EL$ con quest' ultima equazione, allora tal valore darà l' altezza dovuta alla velocità mazzana, cioè quell' altezza, da cui scendendo liberamente un corpo acquisterebbe quella velocità, che noi ricerchiamo in questo caso.

Se adunque la luce giugnesse fino alla superficie dell' acqua, allora si avrebbe $a=BL$, ed $X=\frac{4}{9a^2}\times a^3=\frac{4}{9}a=\frac{4}{9}BL$

Sicchè la velocità mezzana in tale caso è quella, colla quale esce l'acqua alla distanza di $\frac{1}{3}$ dalla sua superficie.

Avvertasi, che quando le luci sono circolari, e singolarmente quando il loro diametro è piccolo per rispetto all' altezza dell' acqua sulla luce; si può senza tema d'errore prendere per velocità mezzana quella, colla quale esce l' acqua dal centro della luce.

DELLA QUANTITA' D' ACQUA, CHE ESCE IN UN DATO TEMPO DELLA LUCE DI UN VASO.

350. Cominceremo dall' esaminare la quantità d' acqua, che sgorga dalla luce di un vaso, in cui l' acqua si mantiene sempre all' istessa altezza; e stabilito un teorema generale passeremo a considerare l' evacuazione de' vasi.

Or supponendo, che in un vaso l' acqua rimanga sempre all' istessa altezza, in ogni minuto secondo uscirà dalla luce una quantità d' acqua uguale al volume, che nasce moltiplicando la grandezza della vena, che sgorgherebbe in un secondo colla velocità mezzana. Dunque in un dato tempo ne uscirà quanto ne dinota la detta quantità presa tante volte quanto il disegna il numero de' minuti secondi componenti il tempo dato. Dunque si può stabilire in generale, che *la quantità di un fluido, che in un dato tempo esce dalla luce di un vaso, in cui il fluido si mantiene sempre all' istessa altezza, è uguale al prodotto, che nasce moltiplicando insieme la grandezza della luce, il numero de' minuti secondi componenti il tempo dato, e la lunghezza della vena, che uscirebbe in un secondo dall' istessa luce colla velocità mezzana.*

Quindi se chiamisi C la grandezza della luce, (ch' io suppongo per ora circolare); A l'

altezza dell' acqua sul centro della luce ; T il tempo dato in minuti secondi ; e Q la quantità d'acqua, che esce dalla luce nel tempo dato; essendo la lunghezza della vena, che uscirebbe in un secondo da sì fatta luce colla mezzana velocità uguale a $\sqrt{(60 \times A)}$; sarà $Q = CT\sqrt{(60 \times A)}$.

351. È evidente che da questa formola generale possono ricavarsi i valori delle quantità particolari indicate nella medesima vale a dire si avrà

$$C = \frac{Q}{T\sqrt{(60 \times A)}}; \quad T = \frac{Q}{C\sqrt{(60 \times A)}}$$

e in fine

$$A = \frac{1}{60}\left(\frac{Q}{CT}\right)^2;$$

cioè è facile il determinare 1.° la grandezza della luce, affinchè possa sgorgare da lei una quantità d' acqua in un dato tempo, avendo una data altezza sulla luce.

2.° Potrà determinarsi il tempo necessario affinchè da una data luce esca una certa quantità d' acqua, che ha un' altezza nota sulla luce del vaso.

3.° Si potrà rinvenire l' altezza, che deve avere l' acqua sul centro della luce per isgorgare dalla medesima, e in un dato tempo una determinata quantità d' acqua.

4.° In conseguenza se per rispetto d' un altro vaso, ove l' acqua si mantiene pure all' istessa altezza, si terranno le denominazioni analoghe, si avrà

$$Q : q = CT\sqrt{(60 \times A)} : ct\sqrt{(60 \times a)},$$

cioè

$$Q : q = CT\sqrt{A} : ct\sqrt{a}.$$

Vale a dire le quantità d'acqua, che escono, saranno in ragion composta dalle ragioni delle grandezze delle luci, de' tempi, e delle radici delle altezze costanti dell'acqua sui centri delle luci.

E perciò avrem pure

$$C : c = \frac{Q}{T\sqrt{A}} : \frac{q}{t\sqrt{a}}$$

$$T : t = \frac{Q}{C\sqrt{A}} : \frac{q}{c\sqrt{a}}$$

$$A : a = \left(\frac{Q}{CT}\right)^2 : \left(\frac{q}{ct}\right)^2$$

352. Si noti che l' indicata proposizione, (4.°) cioè che le quantità d' acqua in egual tempo, da eguali luci, sotto differenti altezze sieno proporzionali alle radici delle altezze medesime, è una verità confermata anche dalla costante esperienza. Il Mariotte osservò che sotto l' altezza di 16 pollici da una data apertura usciva precisamente la metà dell' acqua, che veniva somministrata in egual tempo sotto l' altezza di 64 pollici. Lo che ha egli esperimentato in maggiori altezze; ed è stato generalmente verificato da altri Esperimentatori. Ed io l' ho verificato più volte nelle varie esperienze fatte per molti anni nel Gabinetto della Reale Scuola Militare, cosicchè ella è una verità incontrastabile che la quantità d' acqua è sempre proporzionale alla velocità misurata dalla radice dell' altezza.

353. Inoltre le osservazioni hanno fatto conoscere, che nelle vene d' acqua, che escono dalle luci de' vasi, massimamente quando sono fatte in lastre sottili, v' è un notabile ristringi-

mento, che si palesa a piccola distanza dalle istesse luci. Anzi l' esperienze hanno fatto conoscere, che la quantità effettiva d' acqua, ch' esce da una luce in qualunque tempo dato, nell' uscire corrisponde non alla grandezza della luce, ma alla sezione della vena nel sito del massimo ristringimento.

Questo fenomeno si attribuisce non meno alle resistenze, che incontrano le molecele nell' uscire, quanto ancora alle varie direzioni, che prendono allorchè concorrono all' orificio, e che tuttavia in parte conservano, allorchè ne son sortite, a piccola distanza dall' orificio medesimo.

Il Newton, che fu il primo ad osservare il detto ristringimento di vena, determinò essere il diametro della luce fatta in sottile lastra, al diametro della vena nel sito del più gran ristringimento, a un di presso, nella ragione di 25 : 21. Ma altri Idraulici, e singolarmente il Michelotti da una moltitudine d'esperienze hanno ricavato essere la grandezza della luce a quella della sezione della vena nel sito del maggior ristringimento nella ragione di 1 : 0,61, o circa di 18 : 11 (a) quando la luce è fatta in sottile lastra, e nella ragione di 9 : 7 quando alla luce si è adattato un tubo, o canello della lunghezza di due diametri, e mezzo della luce. Sicchè per avere le determinazioni corrispondenti alle quantità effettive d'acqua, che escono dalle luci de' vasi nelle formole già stabilite, in vece di C conviene sostituire in un caso $\frac{11}{18}C$; e nell'altro $\frac{7}{9}$ C.

(a) Leggasi la memoria di Prony *sur le jaugeauge des eaux courantes.*

Onde si avranno rettificate le equazioni nel primo caso

$$Q=\frac{11}{18}CT\sqrt{[60\times A]};\ C=\frac{18Q}{11T\sqrt{[60\times A]}}$$

$$T=\frac{18Q}{11C\sqrt{[60\times A]}};\ \text{ed}\ A=\frac{1}{60}\left[\frac{18Q}{11T}\right]^2$$

e nell' altro caso

$$Q=\frac{7}{9}CT\sqrt{[60\times A]};\ C=\frac{9Q}{7T\sqrt{[60\times A]}}$$

$$T=\frac{9Q}{7C\sqrt{(60\times A)}};\ \text{ed}\ A=\frac{1}{60}\left[\frac{9Q}{7CT}\right]^2.$$

CAPO II.

Del moto de' fluidi nell' evacuazione de' vasi

Le leggi fissate dall' esperienza per la velocità de' fluidi, che escono dai varj orifizj dei vasi, e le formole per determinarne la quantità, ci guidano a dimostrare la legge della velocità, colla quale muovesi la superficie di un fluido, allorchè un vaso se ne evacua; ed a risolvere i problemi appartenenti all' evacuazione de' vasi.

DELLA VELOCITA', COLLA QUALE SI ABBASSA LA SUPERFICIE DI UN FLUIDO IN UN VASO QUALORA QUESTO SI EVACUA.

Fig. 113 354. Sia un vaso qualunque ABC pieno di acqua fino ad AB, che vadasi evacuando dalla luce C; vogliamo indagare con quale legge va abbassandosi la superficie dell' acqua.

Cominci ad abbassarsi per ipotesi la superficie AB sino ad ED in un dato tempo; e sia PQ l'altezza infinitamente piccola, per cui AB va abbassandosi. Ed in un egual tempo suppongasi da un'altra posizione ab abbassarsi in ed per la quantità pq. Saranno queste altezze PQ, pq infinitamente piccole, e proporzionali alle velocità delle superficie ne' momenti delle discese per PQ, pq. Ed i spazj, che si evacuano ne' medesimi tempi potranno considerarsi come piccioli prismi, o cilindri. Or essendo gli abbassamenti PQ, pq infinitamente piccioli, le altezze dell'acqua sulla luce C, duranti i medesimi tempuscoli, possono prendersi per costanti; in conseguenza le quantità d'acqua, ch'escono dalla luce C in sì fatti momenti, sono nella ragione di $\sqrt{CP}:\sqrt{Cp}$. Ma le stesse quantità sono anche nella ragion composta da quella delle superficie AB, ab; e da quella delle altezze PQ, pq; ovvero (chiamando S, ed s le superficie indicate) saranno le quantità suddette $=S\times PQ : s\times pq$; e perciò sarà

$$S\times PQ : s\times pq=\sqrt{CP} : \sqrt{Cp},$$

e quindi

$$PQ : pq=\frac{\sqrt{CP}}{S} : \frac{\sqrt{Cp}}{s}$$

Val quanto dire *le velocità colle quale si va movendo la superficie dell'acqua ne' diversi momenti uguali componenti il tempo dell' evacuazione, sono tra di loro in ragion composta della diretta di quella delle radici delle altezze, che ha l'acqua sulla luce in tali istanti, e dalla reciproca di quella delle grandezze dell'istessa superficie ne' medesimi momenti.*

355. Se il vaso sarà cilindrico, e prismati-

co, la superficie dell' acqua sarà sempre dell' stessa grandezza. In tal caso la velocità della superficie andrà diminuendo a proporzione della radice dell' altezza. Dunque *nell' evacuazione di un vaso prismatico la superficie dell' acqua discende con moto uniformemente ritardato.*

Se il vaso divenisse un conoide parabolico, di cui PC fosse l' asse; sarebbe la velocità della superficie AB alla velocità di ab, nella ragione di $\frac{\sqrt{CP}}{S} : \frac{\sqrt{Cp}}{s} = \frac{\sqrt{CP}}{CP} : \frac{\sqrt{Cp}}{Cp} = \sqrt{Cp} : \sqrt{CP}$.
Vale a dire in questo caso la velocità della superficie va crescendo a proporzione, che si diminuisce la radice dell' altezza: cioè *la superficie discende con moto accelerato.*

Se finalmente lo stesso vaso fosse un conoide parabolico descritto da una mezza parabola di quarto genere (cioè tale che le quarte potenze delle ordinate AP, ap sieno nella ragione delle ascisse corrispondenti CP, Cp); sarà la velocità della superficie del fluido nell' istante, in cui comincia a muoversi dalla AB, alla velocità, che ha nel momento, che parte da qualunque altro sito ab, nella ragione di

$$\frac{\sqrt{CP}}{S} : \frac{\sqrt{Cp}}{s} = \frac{AP^2}{AP^2} : \frac{ap^2}{ap^2} = 1 : 1$$

Cioè in quest' ipòtesi *la superficie dell' acqua scende con moto equabile.*

DELL' EVACUAZIONE DE' VASI PRISMATICI, E CILINDRICI.

356. Dalle dimostrate teorie si comprende, che il tempo impiegato dalla superficie dell' ac-

qua, nell' evacuarsi un vaso prismatico per un orificio fatto nel fondo, a scendere sino a questo fondo; ossia il tempo dell' intera evacuazione è il doppio di quello, che impiegherebbe l' istessa superficie per giungere sino al fondo con moto equabile, e col grado di velocità costante, con cui comincia a muoversi, qualora si evacua: ovvero è il doppio di quello, che vi bisogna per uscir dall' istessa luce la quantità di fluido, che racchiude il vaso, mantenendosi però il vaso costantemente pieno. In conseguenza per determinare il tempo dell' intiera evacuazione ritrovisi prima il tempo, in cui deve uscire dalla luce esistente nel fondo del supposto vaso, mantenuto costantemente pieno, la quantità di fluido, che contiene il vaso; il doppio dà il tempo richiesto. Quindi se T contrassegna il tempo dell'evacuazione del vaso, si avrà $T = \frac{36Q}{11C\surd[60.A]}$; e poichè A dinota l' altezza, se con B si dinoti la base del vaso, avremo $T = \frac{36A.B}{11C\surd[60.A]} = \frac{36B\surd A}{11C\surd 60}$ e conseguentemente si avrà ancora il valore di

$$C = \frac{36B\surd A}{11T\surd 60}.$$

Infine paragonando queste grandezze relativamente a due vasi simili anche ripieni d'acqua, si avranno le seguenti analogie.

$$T : t = \frac{B\surd A}{C} : \frac{b\surd a}{c}, \text{ e}$$

$$C : c = \frac{B\surd A}{T} : \frac{b\surd a}{t}.$$

orologj a pendolo dovè dipendere da cognizioni, provenienti da scoperte fatte posteriormente nelle scienze, e nelle arti.

Passiamo a fare qualche applicazione delle formole indicate.

558. 1.° *Di un vaso cilindrico pieno d' acqua è data la base, l' altezza del fluido sulla luce, e la grandezza di questa, si vorrebbe sapere il tempo dell' intera evacuazione.* Nella formola $T=\frac{36B\surd A}{11C\surd 60}$ si mettano i valori dati di A, B, C, si avrà il tempo cercato.

2.° *Data la base, l' altezza dell' acqua sulla luce, e 'l tempo dell' intera evacuazione, determinare la grandezza da darsi alla luce, acciò possa evacuarsi nel tempo dato.*

Si farà uso della formola $C=\frac{36B\surd A}{11T\surd 60}$, sostituendo i valori alle quantità note.

3.° *Date in un vaso pieno d'acqua la base, la grandezza della luce, e la di lei distanza dalla superficie dell' acqua, si brama sapere il tempo, in cui potrà sgorgare una data porzione d' acqua, cioè evacuarsi in parte il vaso.* Dalla totale quantità d' acqua contenuta nel vaso, che suppongo nota, o facile a ritrovarsi, si tolga la porzione data, e si noti la restante. Indi si determini il tempo dell' intera evacuazione del vaso. Si trovi in ordine all' intera quantità dell' acqua contenuta nel vaso, alla notata porzione restante, e al quadrato del tempo dell' intera evacuazione del vaso il quarto proporzionale. Questo darà il quadrato nel tempo, in cui sgorgherebbe dalla luce la notata porzione restan-

te. Finalmente s' estragga da questo la radice quadrata, e tale radice si sottragga dal tempo dell' evacuazione intera. Il residuo, che s' avrà, darà il tempo cercato, come facilmente s' intende per le cose già dimostrate.

4.° *Date per rispetto d'un vaso prismatico, o cilindrico pieno d' acqua, la grandezza del fondo, l' altezza dell' acqua sulla luce, e la grandezza di questa; determinare la quantità d' acqua, che può sgorgare da tale luce in un tempo dato, che sia minore dell' intera evacuazione del vaso.* Si determini tutta la quantità d' acqua contenuta nel vaso, ed il tempo dell' intera evacuazione; e da questo sottratto il tempo dato, si noti il tempo restante. Ciò fatto si trovi in ordine al quadrato del tempo dell' intera evacuazione, al quadrato del notato tempo restante, e all' intera quantità d' acqua contenuta nel vaso il quarto proporzionale. Darà sì fatto quarto proporzionale l' eccesso dell' intera quantità d' acqua contenuta nel vaso sulla quantità cercata. Si sottragga dunque il quarto proporzionale determinato dall' intera quantità d' acqua contenuta nel vaso, il residuo darà la quantità cercata.

359. Finalmente faremo quì con Francaeur una riflessione necessariissima. Nella teoria da noi stabilita relativamente al fluido, che esce dalla luce di un vaso, si è quasi sempre supposto che la luce sia fatta nella parte inferiore della parete di un vaso, coincidendo coll' intersezione della stessa parete col fondo orizzontale. Ma se la cosa non fosse così, cioè l' orifizio si facesse a qualche distanza dal fonde, nè fosse egli tanto piccolo, allora si verrebbe in certo modo ad avere un vaso, dirò quasi, fittizio, nella cui

parte inferiore vi resterebbe una porzione di fluido stagnante, nè sarebbe cosa sì facile il determinare la figura di questo vaso, e le circostanze del moto di un fluido. Ma siccome è indifferente la figura del vaso, purchè la luce si faccia moltò piccola per rapporto alle sezioni orizzontali di un vaso, si può conchiudere che la stabilita teoría sia sempre vera allorchè la luce sia piccola; e venga fatta in qualsivoglia punto della superficie laterale di un vaso, vale a dire, all' uscir del fluido; la velocità sarà proporzionale alla radice dell' altezza che ha l' acqua sulla luce nel momento ehe esce dalla stessa; e sarà uguale a quella, che acquisterebbe un corpo discendendo liberamente per l' altezza medesima, che ha il fluido sulla luce del vaso.

360. Comechè sia cosa fuor di dubbio, che date uguali altezze di un fluido al di sopra di luci uguali fatte nel fondo, oppur nei lati dei vasi, la velocità, colla quale il fluido sgorga da quelle, è precisamente la medesima; fa uopo però di riflettere come ciò debba intendersi, qualora si applicano de' tubi a cotali orificj. Applicato un tubo al fondo di un vaso, l' altezza del fluido non dee più calcolarsi da quella del vaso, ma da questa più quella del tubo; quindi la velocità nel secondo caso sarà a quella del semplice vaso, come le radici delle indicate altezze. Ma applicando il tubo lateralmente qualunque siasi la lunghezza di questo, non vi sarà diversità alcuna. Anzi in questo caso la velocità diminuirà maggiormente, a cagion delle resistenze, quanto più lungo sarà il tubo. Che se i tubi sono di ugual lunghezza, ma disuguali in diametro, le quantità d' acqua saranno come le aperture de' tubi medesimi.

In fine l' esperienza ci ha fatto conoscere, che per ottenere la massima quantità d' acqua da un tubo qualsivoglia applicato all' orifizio di un vaso, convien che ci sia una data proporzione fra la sua lunghezza, e il suo diametro all' incirca come 5 : 2. Facendo il tubo più lungo, o più corto, o il diametro più largo, o più stretto in proporzione, ne sgorgherà senza dubbio una minor quantità d' acqua. Relativamente alla teoria, che trattato abbiamo in quest' articolo, invitiamo i nostri allievi a leggere le memorie di *la Grange*, *Laplace*, e *la Mecanique analitique*.

DE' ZAMPILLI.

561. Dalle espresse leggi di pressione, e di equilibrio de' fluidi omogenei dipendono unicamente i getti delle fontane sì naturali, che artificiali, e quei getti spontanei, che ammiriamo in varj siti. In qualunque caso dobbiamo esser sicuri, che il livello del getto suppone avere il fluido sempre nel serbatojo un' altezza maggiore. E se ci imbattiamo a rinvenir dei rigagnoli, o de' laghi in cima di un monte, che sieno costanti, non ci è luogo da poter dubitare, che il natural serbatojo, che gli somministra, non debbasi ritrovare, che in una montagna più alta, o vicina, o rimota che sia, d' onde essi discendono per meati sotterranei, come in effetto veniamo istruiti da continue, e replicate osservazioni.

Dunque *i Zampilli*, o getti d' acqua artificiali non sono che l' effetto, e la conseguenza delle verità fin' ora dimostrate. Infatti se l' acqua, che sgorga da una luce di un vaso possiede un

tal grado di velocità, che prescindendo da qualunque resistenza è capace di farla ascendere alla stessa altezza, in cui ella trovasi entro a quel vaso, come abbiam veduto convenire a' corpi cadenti qualora si fanno ascendere colla velocità acquistata in fine della caduta; è chiaro che le parti dell' acqua se nello sgorgare dalla luce, e nel salire non soffrissero resistenza alcuna, colla indicata velocità ognuna salirebbe fino al piano orizontale, in cui si trova nella conserva la superficie dell' acqua; e perciò lo zampillo s' innalzerebbe al livello dell' acqua medesima. Ma in pratica non vi giunge giammai, poicchè oltre allo sfregamento, che l' acqua soffre nelle pareti, e nelle luci de' vasi, o de' canali, ed oltre alla naturale coesione, o viscosità, benchè tenue, nelle molecole dell' acqua, esperimenta la resistenza dell' aria allorchè sgorga fuori de' canali, o luci medesime: e di più le parti stesse dell' acqua, ond' è formato il zampillo cadendo, o gravitando sulle parti simili a loro sottoposte, le quali al par di esse vengono forzate ad uscir fuori del tubo, nè ritardano la velocità, e quindi lor vietano di ascendere all' altezza determinata.

562. Per ciò che riguarda le luci de' tubi si è osservato che il detto attrito diminuisce più o meno secondocchè maggiore, o minore è il perimetro della luce per rispetto della sua grandezza. E perciò essendo in due luci disuguali, rispetto alle loro grandezze, maggiore il perimetro della minore, che della maggiore, diminuzione di velocità anche maggiore si produce in un zampillo facendo sgorgare da una luce minore, che facendolo uscire per una luce più grande.

Devesi anche badare a rendere più ampia la luce dei zampilli a misura, che i serbatoj sono

più elevati. Imperciocchè una parte dell' ostacolo all' innalzamento provvenendo dell' aria, che resiste al par degli altri fluidi, come dimostreremo, in ragione dei quadrati delle velocità dei getti medesimi, ne nasce chà quando questi sono più veloci, derivando da conserve di maggior altezza, e sono nel tempo stesso molto sottili, non hanno forza sufficiente per resistere all' urto dell' aria, e quindi o si sciolgono più facilmente, o a minore altezza arrivano. In fatti se nei lati di una botte piena d' acqua facciansi de' buchi disuguali a pari altezza, si scorge, che il getto più lungo è quello, che sgorga dal buco più largo.

Inoltre delle riferite cagioni quella, che nasce dal ricadere delle parti dell' acqua sul getto medesimo, si può evitare con far salire il zampillo non verticalmente, ma con qualche inclinazione.

Si noti che in pratica per avere una luce convenevente, non bisogna applicare all' estremo del canale conduttore un tubo conico, come si è praticato da taluni; ma conviene applicarvi una lastra metallica con luce in essa conveniente; altrimenti dagli urti, e riflessioni dell' acqua ne' lati del canale conico, viene turbato il moto e diminuita la velocità delle parti, che escono dalla luce.

363. Ma quale sarebbe la regola da seguirsi in effetto per avere una determinata altezza di un getto d' acqua? Già si è indicato, che la teoria, la quale prescinde da ogni ostacolo, farebbe salire il getto fino all' altezza dell' acqua nella conserva, ma gli attriti, la resistenza dell' aria, e lo scambievole incontro delle molecole ac-

quee diminuiscono talmente questa salita, che secondo gli esperimenti di Mariotte, Bossut, e di altri, le differenze tra l'altezza delle conserve, e dei getti, sono come i quadrati delle altezze dei getti, o zampilli stessi. Quindi poste A, a l'altezze dell' acqua in due conserve, e Z, z le altezze de' zampilli, si avrà $A-Z : a-z = Z^2 : z^2$, e quindi l' equazione $\frac{Z^2}{A-Z} = \frac{z^2}{a-z}$.

E poichè si è trovato, che per un getto di piedi 5 è necessaria almeno un' altezza d' acqua nella conserva di piedi 5, e pollici 1, perciò sarà facile il ritrovare effettivamente l' altezza, che cercherebbesi. Questa regola però vale finchè la lunghezza dei condotti è molto piccola; se ella divenga considerabile con più sinuosità orizzontali, e verticali, come ordinariamente succede, crescerà talmente l' attrito, che l' indicata proporzione non sarà sufficiente per determinare la richiesta altezza. A dispetto di tutti i calcoli, e misure opportune l' effetto non ben corrisponde all' espettativa. Potrassi vedere nei Pratici il metodo dettagliato per la costruzione dei condotti, e pei precetti più essenziali alla collocazione de' medesimi.

CAPO III.

Del moto de' Fiumi.

L'OGGETTO particolare dell' Idraulica è il moto delle acque correnti. In questa parte Fisico-meccanica si sono distinti i nostri Matematici Ita-

mini, da cui in succinto trarremo soltanto i lumi necessarj per misurare la velocità, e la portata dei fiumi, e fissare alcuni principj generali, lasciando a' nostri Allievi il consultargli opportunamente.

DELLE LEGGI IN GENERALE DEL MOTO DE' FIUMI.

364. Le sorgenti dei fiumi ritrovandosi ordinariamente in luoghi elevati, è facilissimo il comprendere, che la volocità delle loro acque, malgrado la discesa, deesi andar diminuendo di mano in mano sì per cagion degli ostacoli continui, che presentano le ripe, e il fondo del loro alveo; sì perchè discendendo le acque al piano dopo un certo tratto di cammino, vassi a scemare il loro pendìo; sì ancora perchè essendo veloci presso alla loro sorgente, radono quivi col loro impeto le parti del fondo non meno, che delle ripe, e trasportandole seco loro le vanno deponendo quà, e là, onde ne avviene che le parti del fondo medesimo accresciute per tal mezzo lo rendono col tratto del tempo orizzontale, e lo rialzano: per lo contrario dilatasi il letto del fiume, e quindi vassi a scemare la velocità della corrente, in fino a che giunte le cose a un certo termine si può dir che il letto rendasi permanente, e non più suscettibile d'essere alterato.

Inoltre dall' impeto delle acque contro un terreno irregolare ne nasce che con una continua alternativa dell' incidenze, e delle riflessioni, un fiume diverrà tortuoso. Ma ciò è talvolta indifferente, cioè non apporta generalmente parlando nè vantaggio, nè danno, e allora, prescindendo da particolari motivi, sarebbe follìa di guastar l'

opera della natura coll' intraprendere a raddrizzarlo con mezzi dispendiosi, ed equivoci,

Spesso queste tortuosità senza recar nocumento fanno un vero comodo o per l' irrigazione delle campagne, che il fiume serpeggiando attraversa, o per l' interna Navigazione, che trova in esso un comodo maggiore, ed in tal caso sarebbe anche più stolto il pensiero di addrizzarlo. Talvolta poi sono assolutamente dannose o per il ritardo delle celerità, o per la corrosione degli argini, da cui nasce il rigonfiamento dell' acqua, l' impedimento degli scoli, le rotte, e la sommersione dei terreni.

365. Prima di stabilire le regole generali, che riguardano il moto de' fiumi premetteremo le seguenti definizioni. Si chiama *sezione* d' un fiume in qualsivoglia luogo di esso la comune sezione dell' acqua corrente con un piano, che ad angoli retti si suppone segare il fondo del fiume, e la direzione, che ha nel medesimo luogo.

Chiamasi *velocità mezzana* dell' acqua d' un fiume relativamente a qualunque sua sezione quella, colla quale, se per tutti gli punti l'acqua vi passasse, vi passerebbe in un dato tempo l' istessa quantità, che vi passa co' gradi diversi di velocità.

Si dice *Corrente*, o *Filone* dell' acqua d'un fiume quella parte dell' acqua, che corre colla massima velocità. Questo filone in ogni fiume va a seconda della massima profondità dell' acqua. Si conosce nella superficie d' un fiume la direzione del filone per mezzo delle materie, che galleggiano sull' acqua, le quali vengono dall' acqua istessa trasportate a poco a poco dov' ella corre colla massima velocità.

366. La legge generale, che puossi stabilire

sul moto de' fiumi è la seguente. *Le acque de' fiumi o scorrono in forza della velocità, che acquistano, e insiememente per virtù della pressione de' strati superiori: o scorrono soltanto per effetto di questa pressione.* Scorrono per ambedue queste cagioni quando il fondo dell' alveo, essendo declive le obbliga a discendere come al disopra di un piano inclinato; laddove all' opposto scorrono in forza della loro pressione qualora la direzione del fondo è prossimamente orizzontale. La ragione ne è evidente. Per quanto sia minimo il pendìo del fiume, le acque correnti nella superficie di questo non soffrono sfregamento, scorrono con quella velocità, che hanno poco o assai ritenuta nella caduta da' luoghi eminenti, e con quel grado di velocità, che è propria del piano inclinato del fondo. Le inferiori al contrario dovendo di continuo superare la resistenza del fondo non avrebbero forza di scorrere su di un piano quasi orizzontale; ma siccome sono premute dalle acque superiori a misura che queste sono più elevate, quindi a quella poca velocità, la quale si suppone, che esse abbiano quando l' alveo è inclinato, si unisce quella, che ricevono dalla pressione. Nell' ipotesi poi che il fondo fosse orizzontale, allora dalla sola pressione pure acquistar possono quell' attività, che loro manca, di far cammino: che anzi le inferiori trascinando seco loro le parti sovrastanti, mercè la scambievole, ancorchè lieve, loro aderenza, rendono alle medesime il contraccambio della forza, che han da esse ricevuto.

367. Andando la pressione verticale crescendo dalla superficie dell' acqua verso il fondo, andrà anche da quella verso questo crescendo a proporzione dell' altezza l' accelerazione, che si

fa nelle parti dell' acqua. Però le continue resistenze, che ella incontra, non le permettono di ritenere tutti i gradi di velocità, che va continuamente acquistando, onde va anche ricevendo diminuzioni continue, senza le quali crescerebbero in modo da non potersi i fiumi passare, massimamente in luoghi assai rimoti dalle loro origini. 1.° Viene un fiume ritardato dagli continui stropicciamenti, che soffre contro del fondo, e delle rive, e dagli urti, ed irregolari riflessioni, per cui è spesso obbligato a mutar direzione. 2.° Si perde pure velocità dall' acqua d' un fiume passando ella spesso da' tratti dell' alveo più inclinati à meno inclinati, e talvolta anche orizzontali; e passando da' tratti più stretti, ne' quali ha maggior altezza, a tratti più larghi ne' quali ha altezza minore. 3.° Qualche resistenza riceve nella superficie l' acqua d' un fiume dall' aria, e molto più dai venti, che soffiano non a seconda della sua direzione. 4.° Finalmente le burasche, e le alte maree, che succedono nel mare, in cui sbocca un fiume, non permettono spesse volte il libero scarico al fiume nel mare, e ritardano conseguentemente le sue acque, se non in tutta la lunghezza del fiume, almeno a distanze considerabilissime dal mare. Tutte queste cagioni alterano talmente la velocità dell'acqua in un fiume, che non è possibile potervi osservare in essa alcuna legge costante.

368. Deesi avvertire, che essendo i letti dei fiumi molto irregolari nella loro ampiezza, la velocità delle acque rendesi maggiore nei luoghi ove il letto si ristringe, e minore ove quello si allargha; e ciò nella ragione inversa delle differenti sezioni.

Fig. 124 Infatti suppongasi che $Aa'b'B$ rappresenti un canale, che da AB verso CD va dilatandosi, e che la quantità di fluido $ABCD$ scorrendo per entro a un tal canale passi ad occupare il luogo $aa'b'b$; la quantità di fluido $aa'b'b$ sarà uguale alla quantità $ABCD$. Tolta la parte $abCD$, che è comune ad entrambe, resterà la quantità di fluido $AaBb =$ alla quantità $CDa'b$. Ma ne' solidi uguali le basi, e le altezze sono reciprocamente proporzionali; dunque sarà $a'b' : ab = tv : rs$. Ma per essere rv l' asse del canale, le rette rs, tv esprimono le diverse velocità del fluido in un dato tempo; ed $a'b'$ e ab rappresentano due sezioni dell'istesso canale. Egli è dunque dimostrato, che la velocità di un fluido, che scorre per un canale di forma quasi conica, è nella reciproca ragione delle sezioni, ov' egli si trova. Ciò non ostante però quando il fiume è in uno stato permanente, cioè a dire quando la quantità delle sue acque non si altera, sì per le sezioni anguste, che per le ampie, scorre sempre una ugual quantità di acqua; colla sola differenza, che la velocità è minore in queste, che in quelle. Altrimenti se le sezioni inferiori lasciassero passare più acqua di quella, che sopravviene in egual tempo dalle sezioni superiori, dovrebbe il fiume abbassarsi inferiormente; e se per le sezioni inferiori passasse meno acqua di quella, che sopravviene, il fiume per lo contrario rigonfierebbe. Quindi è, che due quantità, o volumi d' acqua, che hanno per base due sezioni diverse d' un fiume, e per altezze gli spazj, che l' acqua correrebbe in tempi uguali colle velocità mezzane, che ha nelle medesime sezioni, sono tra loro uguali. E perciò le velocità mezza-

ne, che ha l' acqua in due diverse sezioni sono in ragion reciproca delle grandezze di queste sezioni.

369. Da tuttociò che abbiamo detto si comprende che l'unione di due fiumi in un solo alveo dee farli scorrere con una maggior celerità, sì perchè gli attriti, gli urti, e le irregolarità nella somma totale sono minori, sì ancora perchè crescendo l' altezza delle acque, rendonsi elleno più veloci. Dal che deriva poi che divenendo il letto più profondo per cagione della veemenza della corrente, ad onta dell' aumento delle acque, le dimensioni del fiume non si veggono accresciute sensibilmente. Belli, e convincenti sono gli esperimenti praticati dal Sig. Genneté su questo proposito col mezzo di un fiumicello artificiale, in cui se ne facevano scaricare degli altri, che egli denomina *influenti*. Ciò, che egli ha provato con tal mezzo, osservasi in grande nel *Danubio*, nel *Reno*, nel *Pò*. Il *Danubio* giunto a Passavia in se riceve le acque del fiume *Inn*, e ciò non ostante il letto del *Danubio* da quel punto in giù non è maggiore del letto dello stesso *Inn*, che in esso sbocca: si vede però che la velocità delle sue acque si accresce notabilmente. In simil guisa il Reno, che in se riceve il *Meno* a Magonza, e la *Mosella* a Coblents, giunto a Colonia non ha il letto così ampio come lo ha sotto Magonza prima d' aver ricevuto la Mosella. Un ramo del Pò, che estendesi verso Venezia, benchè in se riceva i rami di Ferrara, e del Pannàro, non si vede tuttavolta sensibilmente accresciuto. Lo stesso puossi osservare nel Tesino, nell' Adige, nel Tevere, e in altri fiumi d' Italia. Onde il mezzo più efficace, generalmente parlando, per impedire le

inondazioni dei fiumi, è quello di riunirgli in un alveo comune, oppure di ristringerne il letto affin di accrescere la velocità delle acque.

570. Alcuni Illustri Matematici, fra quali d'Alembert, si sono studiati di determinare col calcolo la velocità delle acque correnti. Bisogna però confessare che la pratica non ha guadagnato nulla dalle loro analitiche fatiche; perchè oltre all'essere i calcoli de' medesimi estremamente complicati per le varie circostanze, che debbono prendersi in considerazione, suppongono dei dati, che in natura realmente non sono. Perciò la maggior parte degli Idraulici hanno cercato di servirsi dei metodi pratici, (benchè anche questi non sempre esatti). Propose Pitot di doversi far uso di un tubo di vetro ripiegato ad angolo retto in guisa che uno delle sue braccia sia orizzontale, e l'altro verticale come vedesi alla figura 125. Immerso nell'acqua del fiume il braccio orizzontale colla sua apertura contro la corrente, sicchè l'acqua vi si possa internare, vedesi questa ascendere nel braccio verti-
Fig. 125 cale *AB* sino a livello dell'acqua, ma nel tubo ricurvo *CDE* sale al di sopra del livello del fiume. Dovendo colla sua pressione equilibrare la forza colla quale viene spinta dalla corrente, che vi entra. E per verità secondo le leggi dell'Idraulica sarebbe ella all' altezza, da cui un grave dovrebbe discendere per acquistare una velocità uguale a quella della corrente; e quindi indicherebbe la velocità del fiume. Malgrado che questo istrumento sia stato miglioraro da Michelotti, pure o a cagione della resistenza nel tubo ricurvo, o dello strofinìo, o d'altra cagione, non dà giammai un' esatta misura della velocità

perchè non giunge sempre all' altezza dovuta: ciò non ostante sembra il meno erroneo.

Altri hanno proposto l' uso di un pendolo, il quale immerso nell' acqua, e spinto dalla forza della corrente vien rimosso dalla linea verticale, e quindi coll' angolo che forma, può indicare i varj gradi di velocità. In vero la differenza in pratica difficilmente si può con esattezza misurare; e poi non serve che a dimostrare le velocità comparative delle acque, ossia di quanto una corrente sia più veloce di un altra.

Vi sono degli Idraulici, che adoprano delle piccole palle di cera, che sono a un dipresso della stessa gravità specifica dell' acqua, le quali si gettano nella corrente. Tratte vie da questa acquistano la stessa velocità di essa, che potrassi agevolmente misurare, mercè di un pendolo a secondi, dallo spazio corso dalle palle. I Matematici Bolognesi usarono un vaso idrometrico con un buco laterale, ma nella parte inferiore. Ricorsero altri ai gallegianti; o a una ruota guarnita di palmette. Ma confessiamo ingenuamente che ciascuno di questi metodi ha le sue inconvenienze, e difficoltà (*).

371. Qualunque degli indicati mezzi voglia adoperarsi per avere la velocità mezzana dell' acqua corrente, conviene esplorare le varie velocità dell' acqua in diversi punti di una sezione; da queste cavare la velocità media nel modo, che ora indicheremo. Per aver idea di questa operazione facciasi per esempio uso dell' istro-

(*) Merita d' esser letta la dotta Memoria di Bonati sul movimento delle acque pei fiumi T. 2.° degli atti della Società Italiana 1784. . . . E la Raccolta degli Autori, che trattano del moto delle acque. Firenze 1766.

mento di Pitot. Conficcato nel fondo del fiume un palo, cui sia adattato il tubo di Pitot, si noti alla profondità, onde vuolsi esplorare la velocità, il punto, cui si osserva costantemente mantenersi l' acqua entro i tubi, sarà nota l'altezza, cui si è elevata l' acqua nel tubo ricurvo non solo per ragion dell' equilibrio, ma a motivo della velocità della corrente. Quest'altezza si moltiplichi per 60, e dal prodotto si estragga la radice quadrata, questa darà la cercata velocità, vale a dire lo spazio, che con tale velocità percorrerebbe l' acqua in un minuto secondo: giacchè è chiaro, che elevandosi l' acqua nel tubo per l' urto, o l' azione, che riceve da quella, che corre nel fiume, deve ella giungere fino ad un'altezza da potere colla sua pressione equilibrare la forza colla quale viene continuamente spinta. Dunque la velocità, colla quale si muove l' acqua del fiume nel luogo, in cui si trova l' estremo del tubo, è uguale a quella, colla quale uscirebbe l' acqua dalla luce del tubo se egli contenesse l' acqua alla indicata altezza; è perciò sì fatta velocità si ha estraendo la radice quadrata dal prodotto, che nasce moltiplicando per 60 la notata altezza.

Questa operazione si replichi tante volte quanti sono i diversi punti presi nella sezione, di cui cercasi la velocità mezzana, de' quali altri saranno nella superficie, altri contigui al fondo, altri nel filone, altri contigui alle rive ec. *Si sommino tutte le velocità determinate, e tale somma si divida pel numero delle medesime velocità, il quoziente darà la velocità mezzana cercata.*

Or essendo le velocità mezzane dell' acqua d' un fiume in due diverse sezioni reciprocamen-

te proporzionali alle grandezze delle medesime, se relativamente a un fiume si fanno i profili di due sue diverse sezioni, e da tali profili si ricavano le grandezze delle medesime sezioni; determinata la velocità mezzana dell' acqua relativamente a una di sì fatte sezioni, si conoscerà anche quella, che avrà relativamente all' altra: e se determinate le velocità mezzane dell' acqua di un fiume relativamente a due sezioni, si determina la grandezza d' una di sì fatte sezioni, si conoscerà la grandezza dell' altra.

372. Rilevata la grandezza di una sezione, e determinata la velocità mezzana colla massima esattezza possibile, si moltiplichi la grandezza della sezione per lo spazio, che l' acqua correrebbe in un minuto secondo colla mezzana velocità, si avrà la quantità d' acqua, che passa in un secondo per la sezione del fiume, la quale *quantità moltiplicata pel numero de' secondi del tempo noto darà la portata d' un fiume in un dato tempo. Perciò la portata di un fiume relativamente a una sezione in un dato tempo sta alla portata di un' altra sezione dello stesso fiume in un' altro tempo, in ragion composta de' tempi, delle grandezze delle sezioni e delle velocità mezzane, che hanno le acque in dette sezioni.*

DELLA PERCUSSIONE DELL' ACQUA CONTRO LE SUPERFICIE DE' CORPI.

373. L' azione istantanea, che fa un fluido su di un corpo qualunque, allorchè l' urta, dicesi *percussione*, la quale, come altrove si è avvertito, sarà *diretta*, oppure *obbliqua*, se è fat-

ta per direzione perpendicolare, ovvero inclinata alla superficie percossa.

Se suppongasi un fluido in moto, che incontri un ostacolo in riposo, o percuota un piano immobile, o se un fluido stagnante sia urtato da un corpo in moto; il raziocinio per ambidue i casi è manifestamente lo stesso; onde sarà indifferente il considerare il moto talor nell' uno, e talor nell' altro caso. Vale a dire la percussione, e la resistenza de' fluidi seguono le stesse leggi, e si misurano nello stesso modo.

Deesi avvertire non esser cosa facile il determinare le leggi dell' urto de' fluidi in un modo esatto, e corrispondente alla pratica. Nella teoria, che ordinariamente si segue, e che ha il vantaggio d' essere molto semplice, si suppone che il fluido sia composto in ciascun istante, nella direzione del suo moto, d' una infinità di filetti paralleli, che danno ciascuno il loro colpo, senza impedirsi l'un l'altro (*): cosa che non può rigorosamen te aver luogo, e che conduce in alcuni casi a risultati alquanto lontani dal vero per esser ammissibili, come avverte il Bossut. Ciò non pertanto può questa teoria seguirsi, senza tema d'error notabile; essendo la più uniforme ai risultati di molte esperienze, singolarmente qualora trattisi di calcolare il moto delle machine mosse per mezzo di ruote da correnti d' acqua.

374. Ciò premesso, supponiamo il corpo M, che con una delle sue superficie S, e con una data velocità V, investa direttamente uno strato qualunque di fluido d' una grossezza infinitesima g.

(*) Puossi consultare *l'essai sur la resistance des fluides par M. d'Alembert*.

Il moto perduto da M, ch' io chiamo Q, ossia la resistenza opposta dal fluido avrà per espressione $Q=\frac{MVm}{M+m}$; ed essendo per ipotesi la massa m del fluido infinitesima, sarà $Q=\frac{MVm}{M}=mV=VRW$, potendosi alla massa m sostituire RW (299). Ma quì W è $=S\times g$; dunque $Q=VRSg$.

Or se il corpo M penetri il fluido per un tratto, o spazio infinitesimo ds il numero, o la quantità delle resistenze Q uguaglierà il numero degli strati P, che sono nell' estensione, o nella quantità di fluido penetrato o mosso, ch' io chiamerò N; e per la totale resistenza si avrà $Q=P\times VRSg$. Ma il numero P degli strati eguaglia il numero delle molecole fluide, che entrano nel volume, o quantità di fluido urtato, o penetrato dal solido M, e che hanno per diametro la grossezza g dello strato; dunque $P=\frac{N}{g}=\frac{ds}{g}=\frac{VdT}{g}$; onde in fine $Q=SV^2RdT$, espressione della resistenza, che nel tempo dT infinitesimo soffre in un fluido della gravità specifica R un corpo solido in moto urtando direttamente il fluido con un suo piano S, e con una data velocità V.

Dunque la resistenza q sofferta da un altro corpo in un fluido, colle medesime circostanze, sarà $q=sv^2rdT$; e per conseguenza si avrà

$Q : q=SV^2RdT : sv^2rdT$, ossia $Q : q=SV^2R : sv^2r$; proporzione, colla quale nei varj casi potranno dedursi de'teoremi, ed in particolare i seguenti. 1.° *Che le resistenze opposte da un fluido al mobile sono come i qua-*

drati delle celerità del mobile. 2.° *Che le resistenze opposte da un fluido a varj piani, che con egual celerità lo incontrano, sono proporzionali ai detti piani.*

La stessa fondamentale proposizione può anche dimostrarsi con un altro principio nel seguente modo: chiamando F, f le forze di percussione di due fluidi, o le resistenze, che in essi soffrono i solidi, si avrà $F : f = MV : mv$, e sostituendo alle masse i volumi, i quali sono come i prodotti de' piani percossi rappresentanti le basi, moltiplicati per le velocità de' fluidi, le quali rappresentano le altezze, e mettendovi anche a calcolo la diversa densità de' fluidi, avremo.

$$F : f = SRV^2 : srv^2$$

375. È chiaro dunque, che essendo il solido in quiete, se supponiamo, che il fluido si muova contro di lui colla velocità mezzana V, la forza comunicata dal fluido al solido sarà anche espressa da $F = SRV^2dT$; e perciò se movendosi il fluido coll'indicata velocità, il solido lo sfugga, o lo incontri con la velocità $\pm K$, si avrà per ambidue i casi $F = SR(V \pm K)^2dT$.

376. Convien ora esaminare matematicamente il rapporto, che passa anche ne' fluidi fra l' urto Fig.126 diretto, e l' urto obbliquo. Sia MN un piano inclinato alla direzione di una corrente d'acqua, dico che starà l' intera forza, con cui l'acqua va contro il piano inclinato MN a quella, colla quale effettivamente il percuote, come il seno tutto al seno dell' angolo d' inclinazione, che fa col piano la direzione del moto dell' acqua. S' imagini divisa la corrente in tanti fili d' acqua, come PO, che feriscono il piano MN, e dinoti AO la quantità della sua intera forza. Si ca-

li da A sul piano la perpendicolare AD, e si formi il rettangolo $ABOD$. Ancorchè la forza espressa per AO equivalga alle due espresse per BO, DO, nondimeno la sola dinotata per BO percuote effettivamente il piano MN. Onde sta l' intera forza a quella, che produce l' urto, come $AO : BO$, o come $AO : AD$, ovvero come il seno tutto al seno dell' angolo d' inclinazione che forma col piano MN la direzione della corrente: lo stesso puossi dimostrare di tutti gli altri fili d' acqua; vale a dire si dee concludere, che *l' effetto, che produrrebbe la forza totale, con cui corre l' acqua contro il piano se l' urtasse perpendicolarmente, stà alla forza, con cui lo percuote giugnendovi obbliquamente, come il seno totale al seno dell' angolo d' incidenza.*

377. Sapendo ora paragonare i varj casi di percussione di un fluido conviene ritrovarne la misura assoluta. L' esperienza insegna che la percossa perpendicolare, o diretta di un fluido contro un piano in quiete è uguale al peso di un prisma, o di una colonna di questo fluido, che ha per base la superficie percossa, e per altezza l'altezza dovuta alla velocità con cui fassi la percussione. Se chiamisi F la percossa, S la superficie urtata, A l'altezza dovuta alla velocità del fluido, R la gravità specifica dello stesso, si avrà a un di presso $F=RSA$: espressione in cui ben si sa determinare il valore di A.

Debba calcolarsi per esempio la forza con cui l' acqua percuote obbliquamente il piano MN. 1.° Si determini la velocità mezzana dell' acqua, che va a colpirlo, e si cerchi l' altezza, per cui ogni corpo colla libera discesa ac-

quista sì fatta velocità ; indi si determini la grandezza della sezione di quell'acqua che va ad urtare il detto piano, ossia la grandezza di quella superficie, che direttamente riceverebbe l'acqua; che ferisce il piano *MN*. 2.° Si moltiplichi la grandezza di tale sezione pel doppio dell' altezza già determinata, e si avrà la forza intiera dell' acqua, che ferisce il piano *MN*. Si trovi in ordine al seno tutto, al seno dell'angolo d' inclinazione, che forma col piano la direzione del moto dell' acqua, e alla forza intiera già determinata, il quarto proporzionale, darà questo la forza, con cui l' acqua obbliquamente percuote il piano *MN*. Parlando a tutto rigore coi risultati dell' esperienza, l' assoluto valore della percussione di un fluido, trovasi sempre piuttosto minore del peso d' un prisma fluido, che ha la base uguale alla superficie percossa, ed un' altezza doppia di quella, che è dovuta alla velocità del fluido.

Da simile determinazione si capisce, che un piano, un' argine, una ripa percossa dall' acqua corrente, riceve il massimo urto quando la percussione è diretta. Quindi nelle macchine mosse dalla percussione dell' acqua, acciò sieno mosse colla massima efficacia, è necessario, che la percussione sia diretta. Ne' ripari poi, che s' adoprano ne' fiumi, acciò possano resistere all' impeto dell' acqua, è necessario che la percussione sia quanto più è possibile obbliqua.

378. Inoltre essendo il piano *MN* percosso dalla corrente con una forza rappresentata da *BO*; vediam questa forza *BO* quale urto effettivamente produce sul piano, secondo la direzione del suo moto. Si concepisca intorno a *BO* fatto il rettangolo *EC*. La forza espressa per *BO* farà

la direzione del moto dell'acqua, e l'altra espressa da CO perpendicolare alla stessa direzione. Dunque l'intera forza F dell' acqua corrente sta a quella f, colla quale spinge, nell'urto obbliquo, il piano per la stessa direzione del suo moto come $AO : BO$, o come $AO^2 : BO^2 = AO^2 : AD^2$; cioè come il quadrato del seno tutto al quadrato del seno dell'angolo d' inclinazione formato dalla direzione del moto dell' acqua col piano. Di più la forza, con cui l'acqua percuote il piano MN sta a quella, con cui lo spinge per la direzione CO, come $BO : CO$; o come $BO : BE = AO : AB = AO : OD$, vale a dire come il seno tutto al coseno del detto angolo d' inclinazione, che forma col piano la direzione dell' acqua corrente.

Finalmente si potrà dire che trattandosi dell'istesso fluido, o di acqua, che corre con egual velocità contro due diverse superficie, chiamando i l'angolo d'inclinazione, e T il seno tutto, avremo

$$F : f = S \times T^2 : s \times i^2.$$

Ma deesi confessar ingenuamente che ne anche questo rapporto trovasi in tutto conforme all' esperienza.

579. Facciam di questa teoria qualche applicazione. 1.° Sia un triangolo isoscele ACB Fig. 127 esposto all'urto di un fiume, la cui direzione è perpendicolare alla sua base AB, si vorrebbe sapere il rapporto della percussione, che riceve il triangolo parallelamente alla sua altezza CD, alla percussione diretta, e perpendicolare, che riceverebbe la sua base. Si rappresenti per F la percussione diretta contro le porzioni della base

AD, o DB; e per f la percussione, che risulta, o fa azione perpendicolarmente contro AC, o CB. Si avrà $F : f = AD \times T^2 : AC \times (\text{sen.} ACD)^2 = AD \times (AC)^2 : AC \times (AD)^2 = AC : AD$. Dunque sarà $f = \frac{F \times AD}{AC}$.

Convien ora riflettere che gli impulsi su di AC, e CB in parte si distruggono. Imperciocchè si considerino due *filetti* corrispondenti del fluido, OQ, oq: e rappresentando le percussioni perpendicolari ai punti Q, q, per le rette QK, qk perpendicolari ai lati AC, CB, si formino i rettangoli $EQHK$, $eqhk$, i di cui lati QH, qh sieno paralleli ad AB, ed i lati QE, qe paralleli a CD; egli è evidente, che delle quattro indicate forze componenti, le due QH, qh si distruggono a vicenda, e non restano che le due QE, qe per far urto contro il triangolo parallelamente a CD. Dunque se chiamisi φ la forza QE, o qe, si avrà

$$f : \varphi = QK : QE = AC : AD$$

e perciò $\varphi = \frac{f \times AD}{AC}$; e sostituendovi il valore di f, avremo $\varphi = \frac{F \times (AD)^2}{(AC)^2}$; dunque sarà

$$\varphi : F = (AD)^2 : (AC)^2,$$

oppure

$$2\varphi : 2F = (AD)^2 : (AC)^2,$$

proporzione, che dimostra *essere l' urto ricevuto dal triangolo parallelamente alla sua altezza, all' urto diretto, che riceverebbe la sua base*,

come il quadrato della base sta al quadrato di uno de' suoi lati.

Per conseguenza se il triangolo isoscele sarà rettangolo, l' impulso, che riceve parallelamente alla sua altezza, non sarà che la metà dell' urto diretto, che riceverebbe la sua base; poichè in tale ipotesi si ha $(AD)^2 : (AC)^2 = 1 : 2$.

Inoltre se il quadrato $ACBM$ venga urtato Fig. 128 dapprima secondo la direzione della sua diagonale CM e poi per una direzione perpendicolare ad uno de' suoi lati AC, la prima percussione sarà alla seconda come $1 : \sqrt{2}$ o prossimamente come $7 : 10$. Perchè nel primo caso non vi è che il triangolo ACB che riceve l' urto, e nel secondo vi è il solo lato AC, che è urtato. Or chiamando il primo urto T, il secondo L, ed M l' impulso perpendicolare, che riceverebbe AB, si avranno le due proporzioni

$$T : M = 1 : 2$$

$$M : L = AB : AC = \sqrt{2} : 1;$$

e moltiplicando queste proporzioni per ordine avremo

$$T : L = \sqrt{2} : 2 = 1 : \sqrt{2}.$$

2.° *Sia la semiperiferia* AQB *percessa da* Fig. 129 *un fluido, la cui direzione* OC *è perpendicolao re al diametro* AB, *si domanda il rapporto della percussione, che riceverà questa mezza periferia parallelamente ad* OC, *a quella, che direttamente riceverebbe il diametro* AB.

Si concepisca la semiperiferia divisa in un' infinità d' elementi Ff, Ll ec. per mezzo delle rette parallele al diametro AB, condotte le ordinate FS, fs, LT, lt, chiamisi F l' urto diretto, che soffrirebbe FR, o Ss, e φ l' urto, che ri-

ceverebbe Ff parallelamente a QC; si avrà

$\varphi = \frac{F \times (FR)^2}{(Ff)^2}$, come poc' anzi si è determinato. Suppongasi menato il raggio CF, per i triangoli simili FRf, FSC si ha

$$FR : Ff = FS : CF,$$

e perciò $\frac{(FR)^2}{(Ff)^2} = \frac{(FS)^2}{(CF)^2}$.

In conseguenza $\varphi = F \times \frac{(FS)^2}{(CF)^2}$.

Dunque per avere la totale percussione, che riceve la semiperiferia parallelamente ad OC, non rimane, che a trovare la somma delle quantità

$$\frac{F \times (FS)^2}{(CF)^2}, \text{ o } \frac{Ss \times (FS)^2}{(CF)^2}$$

rappresentando la percussione diretta contro FR, o Ss per questa medesima linea.

Ora se s' imaginiamo rivolgersi il semicerchio ABQ intorno al diametro AB, si verrà a generare una sfera, di cui esprimendo per $\frac{\pi}{1}$, ossia π il rapporto della circonferenza al diametro, l' elemento sarà $\pi \times (FS)^2 \times Ss$.

Per conseguenza la percussione totale richiesta sarà al volume della sfera nel costante rapporto di $\frac{1}{(CF)^2} : \frac{\pi}{1}$; ma il volume della sfera è uguale

$$\pi \times (CF)^2 \times \tfrac{2}{3} AB.$$

Dunque la richiesta percussione è $= \tfrac{2}{3} AB$. Ciò è

a dire la percussione diretta AB essendo rappresentata per questa medesima linea AB, l' urto che riceverà la semiperiferia parallelamente ad OC vien rappresentata per i due terzi di AB.

Sono dunque queste due percussioni fra di loro nel rapporto di 3 : 2. E conosciuta l' una si farà nota l' altra.

Secondo questa teoria, l' impulso ricevuto da un cilindro verticale situato in mezzo a un fiume è due terze parti di quello, che riceverebbe il parallelepipedo rettangolo circoscritto al medesimo cilindro, che fosse esposto all' urto del fluido per una delle sue facce; giacchè il mezzo cilindro anteriore, e la corrispondente faccia del parallelepipedo circoscritto sono le sole parti, che ricevono l' urto del fluido, e ne garantiscono le altre.

3.° Determinare in generele la percussione di un fluido contro di una qualsivoglia curva, o di uno solido qualunque.

Data la posizione della curva si troverà la percussione che perpendicolarmente risulta contro uno de' suoi elementi. Questa potrà sempre essere espressa in funzione di una sola variabile per mezzo dell' equazione alla data curva. Si decomporrà in due forze parallele ciascuna a ciascuna di due linee date di posizione, ch' io chiamo A, e B, e che suppongo fra di loro perpendicolari per maggior semplicità. Con ciò si avranno due sorte di forze, delle quali si determineranno le somme, o le risultanti, mediante l' integrazione. Di più per la teoria de' momenti si troveranno le posizioni di queste risultanti. In fine dunque i conosceranno le quantità, e le direzioni delle sorze reali, che attualmente spingono la curva parallelamente alle due linee A, B, e per con-

seguenza anche la risultante di queste due forze.

Lo stesso modo si applica a un solido qualunque, decomponendo la percussione, che risulta perpendicolarmente contro uno de' suoi elementi, in tre forze parallele ciascuna a ciascheduna delle tre linee date di posizione A, B, C, che s' intersecano in un punto, e che supporre si possono perpendicolari fra di loro. Ma poicchè i calcoli, che richiedono questi metodi generali, sono alquanto lunghi, senza però essere difficili; ed altronde non sono di un immediato vantaggio, tralasciamo di trascriverli. Ci ristringeremo adunque ad accennare quà le formole del caso il più semplice.

Fig. 130 380. 1.° Sia FQF' una curva, divisa in parti simmetriche, ed uguali QF, QF, dall' asse QC, al quale conducansi le ordinate infinitamente vicine PF, pf. Si meni poi Fr parallela all' asse QC; e facciasi $PF=y$; $fr=dy$; $Ff=ds$. Si chiami V la velocità del fluido corrente, ed F l' urto perpendicolare di un fluido qualunque, che corre con una velocità $=u$ contro una data superficie A piana, ed in quiete. Egli è evidente, che l' urto diretto contro fr ha per espressione $\frac{F.V^2.dy}{A.U}$ (374); oppure dinotando per P il coefficiente $\frac{F}{A.U}$, che è già dato, e costante, e che generalmente dicesi il coefficiente della percossa. L' urto perpendicolare contro Ff potendosi decomporre in due forze, una diretta verso FP, e l' altra secondo Fr; e la prima di queste forze essendo distrutta per una egual forza, e contra-

ria, proveniente dal punto F'; ne viene in conseguenza che l' impulso contro Ff nella direzione di Fr è $= PV^2 dy \times \frac{dy^2}{ds^2} = \frac{PV^2 dy^3}{ds^2}$. Non si tratta più che di eliminare ds da questa formola per mezzo dell' equazione della curva; e poi integrare.

Supponiamo per esempio che FQF' sia un cerchio, di cui sia CQ il raggio $=a$; avrassi $ds^2 = \frac{a^2 dy^2}{aa-yy}$; e la formola generale $\frac{PV^2 . dy^3}{ds^2}$ diventerà

$$\frac{PV^2 dy . (aa-yy)}{a^2},$$ di cui l' integrale

sarà $$PV^2 y - \frac{PV^2 . y^3}{3a^2},$$ valore che dinota l' impulso contro l' arco indeterminato QF, secondo la direzione QC.

Facendo $y=a$, si avrà $\frac{2PV^2 a}{3}$ per l'impulso contro la quarta parte della circonferenza. E come l' urto perpendicolare contro il raggio a sarebbe $PV^2 . a$ (374); scorgesi che l' urto contro il quarto della circonferenza è due terze parti dell' urto perpendicolare contro del raggio: e l'impulso contro la semicirconferenza è due terzi dell' urto perpendicolare contro il diametro; ciò che è conforme a quanto già si è precedentemente dimostrato.

Sia di più QF una parabola, di cui p è il parametro, si troverà $ds^2 = \frac{dy^2 (pp+4yy)}{p^2}$, e la

formola $\frac{PV^2.dy^3}{ds^2}$ diverrà $\frac{PV^2.p^2dy}{p^2+4y^2}$, di cui l' integrale è $PV^2\int\frac{\frac{p^2}{4}dy}{\frac{p^2}{4}+y^2}$, vale a dire il prodotto della quantità costante PV^2 per un arco di cerchio, di cui la tangente è y, per un raggio uguale a $\frac{p}{2}$

2.° Rivolgasi la curva QPF intorno all' asse QC, e generi un solido. L' elemento Ff avrà generato una zona, che riceve nella direzione QC un impulso (cui solo deesi aver riguardo), che all' urto perpendicolare contro la corrispondente corona circolare generata per fr, come il semplice impulso contro Ff nella direzione QC, sta all' impulso perpendicolare contro fr: vale a dire come sta $\frac{PV^2.dy^3}{ds^2}$: $PV^2.dy$, o come $dy^2 : ds^2$.

Ora l' urto perpendicolare contro la corona descritta per fr è $=PV^2 \times 2\pi y dy$. Così l' urto elementare contro la zona descritta per Ff nella direzione QC sarà

$$\frac{2P\pi V^2.ydy^3}{ds^2}.$$

Nella quale espressione si sostituirà in luogo di ds^2 il suo valore dato per la natura della curva; e poi si integrerà.

Sia FQF' un cerchio, di cui il raggio CQ chiamasi a. Sostituendo in vece di ds^2 il suo valore $=\frac{a^2dy^2}{a^2-y^2}$, la formola precedente diverrà

$\frac{2P\pi V^2 y dy(a^2-y^2)}{a^2}$ di cui l'integrale è $P\pi y^2 V^2 - \frac{P\pi V^2 y^4}{2a^2}$, e facendo $y=a$ si avrà $\frac{P\pi V^2 a^2}{2}$ per l'urto contro la mezza sfera, o contro la sfera intiera. L'urto perpendicolare contro la superficie d'un cerchio massimo della sfera, sarebbe $PV^2 \times \pi a^2$. Quindi l'urto contro una superficie sferica non è che la metà dell'urto perpendicolare contro il suo cerchio massimo.

Se QF è una porabola, la formola $\frac{2P\pi V^2 . y dy^3}{ds^2}$ diverrà $\frac{2P\pi V^2 p^2 y dy}{p^2+4y^2}$, di cui l'integrale sarà $\frac{P\pi V^2 p^2}{4} L.\left(\frac{p^2+4y^2}{p^2}\right)$.

381. La soluzione del primo problema si accorda assai bene coll'esperienza, purchè l'angolo OQC, o ACD d'incidenza della corrente dell'acqua su di ciascun lato del triangolo sia piuttosto grande, che piccolo, cioè fra i 60, e 90 gradi; ma se l'angolo è minore di gradi 60, la teoria non combina più colla pratica: cioè la percussione non diminuisce allora tanto nel fatto, quanto dovrebbe diminuire per la teoria. Fig. 172

Gli altri problemi servono per dimostrare la maniera d'applicare la teoria alle superficie curve. E quì devesi anche avvertire che vi sono de' divarj fra la teoria, e la pratica. Infatti l'esperienza fa vedere, per esempio, che l'impulso contro la semiperiferia circolare è appena alquanto maggiore della metà dell'impulso perpendicolare contro il diametro; e non già due terzi, come prescrive la teoria. Dal che scorgesi, che

tutte le applicazioni fatte della medesima *per determinare il solido di minor resistenza*, *o per la soluzione d' altre questioni*, non danno che de' risultati ipotetici da non applicarsi all' arte nautica, se non con grandissima circospezione. Quindi convien confessare che niuno per anche ha potuto arrivare a risolvere generalmente in un modo esatto, ed applicabile alla pratica il problema della percussione de' fluidi. Una tale soluzione, se si troverà, sarà l' opra del tempo, dell' esperienza, e della meditazione (*).

Aggiungerò a' precedenti problemi anche il seguente, che serve a spiegare alcune variazioni del barometro da noi già accennato.

Discendendo un corpo sferico entro un fluido, si vuol sapere lo sforzo, o l' impressione, che risulta da questo moto nell' atto della sua discesa contro il fondo del vaso, che contiene il fluido.

Ella è cosa evidente, che discendendo questo globo spinge, o preme continuamente il fluido in virtù della velocità acquistata durante la discesa: e che questa impressione, o questa spinta, che si trasmette per ogni verso a tutte le parti del fluido, si comunica ancora al fondo del vaso. Cerchiamo di questa impressione il valore.

Sia il raggio del globo	$= R$
Il suo peso, o la sua massa	M
La massa del fluido scacciato dal solido	M'
Lo spazio percorso verticalmente	S
La velocità acquistata alla fine di questo	V
Il coefficiente della percussione	P.

(*) Vedete i *supplementi di Fontana all' idrodinamica di Bossut*. Pavia 1785.

L'indicato corpo è spinto ad ogn' istante verticalmente da sù in giù per l'eccesso della sua gravità sulla gravità del fluido espulso, e sulla resistenza, che egli esperimenta urtando il fluido, la quale resistenza ha per valore $\frac{P\pi R^2 V^2}{2}$. Quindi la forza acceleratrice assoluta del corpo è $M-M'-\frac{P\pi R^2 V^2}{2}$; ed avrassi per le ordinarie leggi di questa specie di moto

$$MVdV=\left(M-M'-\frac{P\pi R^2 V^2}{2}\right)dS,$$

oppure

$$ds=-\frac{M}{P\pi R^2}\times\frac{-2P\pi R^2 VdV}{2M-2M'-P\pi R^2 V^2},$$

la di cui integrale è

$$S=C-\frac{M}{P\pi R^2}\times L\times(2M-2M'-P\pi R^2 V^2).$$

La costante C deve esser tale, che $S=0$, dia $V=0$, e per conseguenza si ha

$$S=\frac{M}{P\pi R^2}\times L\times\left(\frac{2M-2M'}{2M-2M'-P\pi R^2 V^2}\right).$$

Se dunque chiamisi B il numero, il di cui logaritmo iperbolico è $=1$, e si moltiplichi S per $L.B$, e quindi si passi dai logaritmi ai numeri; si troverà

$$V^2=2\left(\frac{M-M'}{P\pi R^2}\right)\times\left(1-B-\frac{P\pi R^2 S}{M}\right).$$

Dunque l'espressione dell'urto, o pressione contro il fluido, cioè $\frac{P\pi R^2 V^2}{2}$, diviene

$$(M-M')\times\left(1-B-\frac{P\pi R^2 S}{M}\right).$$

E poichè il numero B è maggiore dell'unità, essendo compreso fra 2, e 3, vedesi chiaramente che il valore dell'urto, o della spinta cresce a proporzione che cresce S; e che quest'urto è $= M - M'$, allorchè $S = \infty$.

Da ciò ne siegue che, non essendo giammai grandissima l'altezza, dalla quale cadono le gocce d'acqua quando piove; la resistenza, che queste esperimentano discendendo, e per conseguenza la pressione, che esercitano sulla superficie della terra per mezzo del fluido aereo, è sempre minore del peso delle gocce medesime. Perciò la pressione atmosferica sulla colonna mercuriale del barometro secondo l'accennata teoria deve essere minore allorchè le gocce d'acqua, o direm così le nuvole stesse discendono verso la nostra superficie, di quello che lo sia quando elleno parzialmente sono sostenute in equilibrio a varie altezze nell'atmosfera.

Lo che non solo fu nella sua ipotesi determinato da Leibnitz, ma fu altresì confermato con esperienze analoghe da Ramanzini, Guillelmini, ed altri. Per la qual cosa ogni qualvolta piove dovendosi diminuire la pressione, che l'acqua esercitava equilibrata, o equabilmente distribuita in vapori sull'atmosfera, dovrassi ancora dal barometro manifestare questa diminuzione, ossia abbassare il mercurio nel tubo medesimo. Ciò che effettivamente accade.

Chi bramasse avere una teoria più completa de' principj d'Idrostatica, e d'Idraulica trattati analiticamente, potrà consultare Bernoulli, Bossut, Prony, d'Alembert, Poisson, ed altri autori moderni.

CAPO IV.

Delle machine Idrostatiche, ed Idrauliche.

Diconsi *machine Idrostatiche* quelle, gli effetti delle quali hanno per fondamento le leggi dell' Idrostatica: *Idrauliche* diconsi tutte quelle, ove l' acqua applicata come una forza meccanica mette in moto gli argani, le ruote dentate, le leve, e tutto ciò che concorre alla formazione delle medesime. Le prime sono il *Barometro*, l' *Aerostata*, la *machina a corda*, le *Trombe aspiranti*, e *prementi*, la *Tromba a fuoco*, e la *Chiocciola d' Archimede*. Alle seconde riduconsi quelle composte singolarmente *di grandi ruote*, che ricevendo l' urto dell' acqua corrente trasmettono il moto alle varie parti di una machina composta. Ne descriveremo soltanto le principali.

DEL BAROMETRO, E DE' SUOI USI.

382. Il *Barometro* è una machina, o un istromento, con cui misurasi la pressione dell' aria proveniente sì dalla gravità, che dall' elasticità della medesima, e di cui abbiamo data un' idea favellando dell' aria, e de' tubi torricelliani.

Ottone da Guerrike fu il primo, il quale si accorse che la colonna mercuriale ne' tubi torricelliani non solo si alzava, e si abbassava a norma delle variazioni de' tempi, ma che la sua elevazione succedeva ne' tempi sereni, e l' abbassamento all' opposto in tempi piovosi, e cattivi. Da tutto ciò, che già si è dimostrato, è noto che l' elevazione del mercurio in questo tubo dipende

dal peso, ò dalla pressione della colonna atmosferica corrispondente alla base, o cisterna dello stesso. Perciò l' ascenzione della colonna mercuriale indicherà d' essersi accresciuto il peso dell' aria: così all' opposto il suo abbassamento sarà un indizio certissimo d' essersi quello diminuito. Affin di render sensibili siffatti cangiamenti dell' accennata colonna, il tubo è annesso ad una lamina di metallo graduata esattamente fino all' altezza di 30 pollici. Ma siccome generalmente parlando il mercurio ne' nostri climi in tempo della massima pressione dell' aria non oltrepassa giammai l' altezza di 29 pollici, nè si abbassa al di sotto di 26 pollici in tempo della massima leggerezza dell' aria stessa; così il solo intervallo compreso fra la divisione di 26 pollici, e quella di 29 è diviso ben anche in linee atte ad essere suddivise ulteriormente in parti decimali col mezzo di un *Nonio* annessovi per tal uopo. Da molte osservazioni con precisione praticate in Napoli si rileva che quì la massima elevazione del mercurio è di 28 pollici, ed 8 linee circa, e 'l massimo abbassamento di 26 pollici e mezzo a un di presso.

La costruzione di questo strumento si è resa molto esatta, e comoda anche ad essere trasportata per ogni dove senza pericolo di versare il mercurio, oppur di rompere il tubo. L' ispezione oculare dello stesso, oltre a ciò che è stato insegnato nella Fisica particolare, ne renderà più agevole la spiegazione di qualsivoglia figura incisa. L' annoverare inoltre partitamente tutte le specie di Barometri inventati, e perfezionati da varj autori, richiederebbe molto tempo, ed appartiene piuttosto alla Fisica particolare. Che però chiunque fosse vago di entrare in una minuta

conoscenza de'medesimi, potrà consultare le Memorie dell' Accademia delle scienze di Parigi, le opere di Cotte, di Swinden, e di De Luc.

383. Da quanto abbiamo dimostrato nell'articolo dell' aria è cosa indubitata che tanto il mercurio, quanto l'acqua in un tubo debbono alzarsi alle loro solite rispettive altezze o l'esperienza si faccia all'aperto, o in una stanza; poichè quantunque in una stanza sovrasti al mercurio stagnante, o all'acqua una colonna d'aria assai piccola relativamente a quella, che gli sovrasta all'aperto, contuttociò l'aria interna comunicando con l'esterna, la stanza può considerarsi come il veicolo di due tubi comunicanti; e i risultati, che si ottengono per suo mezzo, non debbon differire dagli immediati. Può aggiungersi, che quand' anche la comunicazione tra le due arie fusse interrotta, l'interna però agisce con una forza elastica uguale alla pressione, con cui agirebbe l'esterna, come già abbiam provato altrove; onde l'effetto delle due equivalenti cagioni dee necessariamente esser lo stesso. Perciò gli uomini, e gli animali respirano ugualmente bene, *caeteris paribus*, e in casa e alla campagna; perciò il fuoco ha una pari attività e negli ordinarj cammini, e in mezzo alle strade; e finalmente le osservazioni barometriche si trovano eguali o si facciano allo scoperto, o nell' angustie di un gabinetto. E già s' intende che parliamo quà dell' aria considerata come pesante, ed elastica soltanto, e prescindiamo dalle altre sue qualità come quando è più o meno sana, e depurata ec.

384. Nella scala de' Barometri fra i 26, e 29 pollici vi sono apposte d'ordinario le indicazioni seguenti: *Tempo bello, sereno, variabile*

pioggia, *tempesta* ec. Benchè la ragione, e l' esperienza insegnino che queste indicazioni non abbiano una assoluta connessione coll' altezza maggiore, o minore della colonna mercuriale, e conseguentemente colla diversa pressione dell' aria; perchè spesso accade che il grado d' elevazione del mercurio corrispondente, per esempio, al tempo bello, vedesi accompagnato da un tempo variabile, o anche cattivo. Talvolta però accordansi colla qualità del tempo, che vien da loro dinotata. Onde ciò ha dato origine alle sovraccennate predizioni.

La qualità del tempo, e le variazioni atmosferiche dipendono da cagioni così complicate, che non se ne può affatto render ragione. Ciò ha imbarazzato i Fisici, e gli ha obbligati ad imaginare ipotesi differenti. Generalmente puossi attribuire tal divario sì alla diversa qualità, e quantità de' vapori, e delle esalazioni sparse nell' atmosfera, sì ancora all' efficacia de' venti, e delle meteore, al vario grado di calore, che regna nella nostra regione atmosferica, alla diversa diffusione dell' elettricismo, del calorico ec. Un Fisico, che ravvisa la natura in grande, comprende che siccome ella il più delle volte sa produrre con semplici, e poche cause un' infinita varietà di effetti; così talora, volendo far pompa delle sue dovizie, pone in opera con meraviglioso artifizio varie cause, e mezzi affin di produrre i medesimi effetti.

Che il mercurio s' innalzi in tempo sereno, e si abbassi avvicinandosi il tempo piovoso è un' osservazione costante. Volendone render ragione i Fisici hanno addotte molte congetture, ed ipotesi. Leibnizio, Ramanzini co' lor seguaci spiegano il fatto con un principio idrostatico da noi accen-

nato, (380) appoggiato anche su di un esperimento assai noto, ove si scema la pressione sù del fluido di un corpo cadente quand' egli incomincia a discendere per lo stesso, siccome avviene quando i vapori addensati cominciano a cader in pioggia. Questa spiegazione ha qualche grado di semplicità, o di probabilità.

385. I barometri non solo servono a indicare, o a predire la differente pressione dell' atmosfera, ma possono servire a farci rilevare l'altezza, o la profondità di que' luoghi, che sono al di sopra, oppure al di sotto del livello del mare, o di altro sito qualunque. Per dare un idea di quest' uso non seguiremo già il metodo d' alcuni Fisici tutto derivato da formole, e da calcoli (*) indicheremo bensì un modo più semplice, e più facile, che condurrà ugualmente all' intento;

Supponiamo che vogliasi misurare di quanto il Vesuvio sia elevato sulla superficie del mare. Fa uopo aver due barometri. Se ne lasci uno sul lido del mare, e l' altro si porti sulla vetta del monte. Aggiustati ambidue in modo, che la superficie del mercurio contenuto nella cisterna combaci perfettamente colla linea di livello, la pressione dell' aria essendo maggiore sul Barometro collocato sul mare, che sopra di quella, che si tien sulla cima del monte, la colonna mercuriale dovrà essere più alta in quello che in questo. Si noti esattamente l' altezza indicata in ambidue; indi rapportandole l' una all' altra si osservi la differenza, che v' ha fra di esse. Ciò fat-

(*) Su di ciò consultate gli Elementi di Fisica ad uso di questa Scuola Politecnica; e l' Idrostatica di Bossut cap. 9, e 10.

to assegnando ad ogni linea di tal differenza 13 tese, ossia 78 piedi; la somma di tali numeri di tese esprimerà l' altezza richiesta.

Figuriamoci che il mercurio sia elevato sul Vesuvio a 24 pollici e tre linee, e nell' altro a 28 pollici, e 2 linee. La differenza, che è di 3 pollici, ed 11 linee, o sia 47 linee, esprimerà l' altezza del detto monte. Che però assegnando 13 tese a ciascheduna linea si avranno 611 tese, o vogliam dire 3666 piedi, che indicheranno l' altezza perpendicolare (poco minore di tre quartr d' un miglio) al di sopra del mare.

Tale risultato, assegnando 13 tese ad ogni linea di differenza nell' altezza del mercurio, segue dalle osservazioni fatte da De Luc; benchè Schuckburg stabilisca doversi assegnare 15 tese; e Cassini e Maraldi abbiano determinato doversi essegnare 10 tese ad ogni linea di mercurio, aggiungendo però 1 piede per la prima linea, 2 piedi per la seconda, 3 piedi per la terza, e così di mano in mano per la cagione della successiva rarefazione dell' aria. In mezzo a siffatta discordanza di risultati ci atteniamo con Poli, ed altri Fisici alla determinazione mezzana di 13 tese per linea.

A fianco del tubo vi è annessa un' altra scala per indicare ciò che si deé togliere, o aggiungere all' altezza dell' anzidetta colonna, corrispondentemente alla varia temperatura dell' atmosfera; che è una circostanza, a cui fa mestieri aver riguardo nel misurare le altezze co' Barometri. Il mercurio è soggetto a ristringersi pel freddo, e a dilatarsi in virtù del caldo. Il calcolo riuscirebbe erroneo se non si badasse a simile variazione provveniente dalle varie temperature dell' aria.

L'indicato metodo, singolarmente quando si tratta di misurare l' altezza sul livello del mare di circa un miglio, praticato con esattezza è da preferirsi forse al metodo trigonometrico; e la ragione si è che essendo l' atmosfera ingombrata a simile altezza da densi vapori, ed in strati diversamente densi, i raggi della luce vi soffrono una sensibile rifrazione, e quindi si altera sensibilmente l'angolo visuale, con cui si sogliono prendere le dette misure per via d' istrumenti geometrici. A ciò si aggiunge che il rapporto di una linea di mercurio, e l' altezza atmosferica corrispendente, (su cui è fondato il calcolo) è quasi sicuro, per essersi rilevato per via di effettive osservazioni fatte su i monti. E le altezze ritrovate coll' uno, e coll' altro metodo non differiscono che di pochi piedi.

Non tralasceremo di avvertire, che per ritrovare le altezze de' monti col barometro non converrebbe partire dal livello del mare come primo termine, ma bensì prendere per limite, o termine di paragone un sito alquanto più elevato, ove lo stato dell' aria per tutti i riguardi è più costante.

386. Per prevenire alcune delle indicate eccezioni si sogliono adoperare unitamente al barometro due altri istrumenti assai comuni, il *Termometro* e l' *Igrometro*, l' uno per misurare il caldo, e la dilatazione, che egli produce ne'corpi, l' altro per misurare l' umidità dell' aria. Benchè qualche lume sullo stato attuale dell' atmosfera possa ottenersi da queste machine; tuttavia sarebbe in errore chi contasse di ricavarne delle cognizioni sicure, e precise. Il caldo, ed il freddo, che dilatano, e condensano il mercurio, dilatano anche, e condensano il tubo, che lo con-

tiene; e ciò turba necessariamente la natural salita, e discesa del fluido: il peso medesimo di questo fluido cospira colla sua discesa, e si oppone alla sua salita, onde il freddo dee comparir maggior del vero, e minore il caldo. In fine perchè dagli uguali gradi del termometro sono indicate delle uguali dilatazioni, o ristringimenti del mercurio, potrà egli inferirsi, che sieno indicati dei gradi uguali di caldo, e di freddo? bisognerebbe prima aver dimostrato che il caldo, ed il freddo crescono nella medesima proporzione, in cui il fluido si dilata, e si condensa, mentre all'apposto è molto probabile, che un caldo, ed un freddo più grande trovino una difficoltà sempre maggiore a dilatare, e a condensare un medesimo fluido.

L'Igrometro è ancor meno esatto, malgrado varie riforme per perfezionarlo: sia egli fatto di una cordicella sottile di canapa, o di certa carta fatta espressamente a tal uopo, o d' altra materia, conserva questa per un tempo notabile l' umidità che attrasse dall'atmosfera, e questa ha cangiato spesso il suo stato prima che la machina possa darne alcun segno. I gradi dell' Igrometro sono nel caso stesso di quelli del Termometro, non essendo verisimile che l'umidità, e la siccità sieno appunto proporzionali alla tensione, ed al rilasciamento della corda, o d'altra materia.

Finalmente laddove si pretende di aver trovati nella congelazione, e nell' ebullizione dell' acqua due termini fissi per graduare i termometri, e renderli paragonabili; non si è potuto finquì scoprire alcun limite certo nell' umido, e nel secco per procurare un simil vantaggio all' Igrometro, che perciò puossi dire una machina piuttosto di semplice curiosità che di vantaggio.

587. L' *Aerostata*, o *Globo Aerostatico*, volgarmente detto *Pallone volante* è un' ingegnosa machina, con cui si crede di poter un giorno viaggiar per aria come si viaggia ora per acqua. Quelli, che da principio lo riempivano d' aria infiammabile, credevano esser questa la miglior maniera di costruirlo; ma non conobbero probabilmente nè la difficoltà di procacciarsi in copia quest' aria, nè il pericolo di veder la machina subitamente accesa dall' elettricismo atmosferico. Si costruisce dunque ordinariamente col vapor della fiamma, che formando insieme col suo sviluppo un volume assai più leggiero d' un ugual volume d' aria comune, cede alla pressione del fluido ambiente, e si solleva finchè giunga ad uno strato d' aria della sua specifica gravità. Or malgrado le formole stabilite, o applicate a questa invenzione, finchè non si trovi il metodo di dare a queste machine la direzione, i palloni non saranno che un divertimento puerile, o una nuova sorgente di disgrazie per coloro, che avranno osato avventurarvisi. Ora non è sì facile di trovar questo metodo (checchè ne annunzino i pubblici Giornali di Germania, e di Francia). Le navi comuni viaggiano tra due elementi, l' aria, e l' acqua marina, le cui specifiche gravità sono all' incirca come 1 : 1000; onde nei casi ordinarj la parte sommersa della nave trova nell' acqua un fortissimo punto d' appoggio, che bene adoperato rende vana la violenza dell' aria, e conserva alla nave la sua direzione.

I Palloni al contrario nuotano sempre nell' istesso fluido, e quando pur si munissero d' una forza interna grandissima non arriverebbero a far

sì che il pallone tanto voluminoso potesse superare la forza, o la corrente dell' aria; o in caso di calma nell' atmosfera vincer potesse la resistenza, che esperimenterebbe dall' aria medesima per dirigersi a piacere; nè forse si potrebbe giungere in proporzione ad uguagliare la forza, che la natura ha data agli uccelli, i quali intanto sono non ostante incapaci ad esporsi, ed a reggere agli impeti furiosi del vento, o son costretti ad abbandonarvisi assolutamente il più delle volte.

Nulladimeno non devono dispreggiarsi gli sforzi degli uomini, ed i tentativi de' Fisici. Tutte le invenzioni, o scoperte rozze, ed informi nella loro origine, non sono passate allo stato di lor perfezione se non dopo un lungo corso di anni, e talora anche di secoli; qual maraviglia pertanto che l' arte de' Palloni aerostatici non sia giunta alla perfezione nel breve giro di 30 anni? In Milano i Fratelli Gerli, ingegnosi Artisti, si sono applicati a ritrovar il modo di dirigere a talento i Palloni aerostatici per mezzo di piccole ale, che agiscono a guisa di remi, o a foggia delle pinne de' pesci, e muovono il pallone giusta la bramata direzione; hanno anche immaginato un espediente per farlo innalzare, e discendere facilmente. Malgrado che è cosa ben diversa il far de' progetti, ed eseguirgli in piccolo in un Gabinetto, dal mettergli in pratica fra i vortici, e le correnti dell' atmosfera, ove per necessità convien seguire la forza de' venti; ciò non ostante non sarà infruttuoso il leggere intorno a ciò la Memoria pubblicata in Roma da' mentovati Sign. Gerli nell'anno 1790, che ha per titolo: *Maniera di migliorare, e dirigere i palloni aerei. Potrebbero anche leggersi per curiosità l' esperien-*

re di Charles, et Robert: e quelle *di Zambeccari nel Monitore di Napoli, Ottobre 1812*.

Anche il Sig. Degen, Meccanico di Vienna ha preteso di poter dirigere i palloni colle ale; anzi di poter assolutamente volare. Ne tentò le pruove nell' Austria, ma essendo egli colle sue ale pendente dal pallone, dovè necessariamente seguire il corso del medesimo. In quest' anno 1812 nel mese di Giugno ha eseguito in Parigi il suo volo col Pallone *a tiro d' ali*. Afferma di potersi egli dirigere in tutti i sensi, di salire, e scendere a volontà, quando però non è contrariato dai venti. Le ali hanno 22 piedi di dimensione, e 8 nella maggior altezza. Nella detta ultima ascensione fu però costretto, come tutti gli altri Aeronauti, a seguire la corrente dell' aria, e fu assai presto perduto di vista (*).

DELLA MACCHINA IDRAULICA A CORDA.

388. Non è possibile per le semplici leggi d' equilibrio de' fluidi omogenei far ascendere l' acqua da un fiume, o serbatojo inferiore ad un livello superiore senza l' ajuto di una Machina.

Merita qui d' essere rammentata in primo luogo la *Machina a corda*, inventata nel 1780 da M. Vera parigino. Osservò egli che, nell'atto di attinger l' acqua dal suo pozzo, la corda bagnata traeva seco una quantità d' acqua, siccome avvenir suole d' ordinario. Si avvisò di far girare velocemente all' intorno di due girelle una corda, la quale fosse obbligata ad attraversare continua-

(*) Leggansi i *Giornali di Francia*, ed il *Monitore di Napoli* de' 29. Giugno del 1812.

mente un volume di acqua. Alla sua idea corrispose felicemente il successo. Eccone in succinto la descrizione, che ne fa nella sua Fisica il Sig. Poli (*).

Fig. 130 Siano *A*, e *B* due girelle disposte entrambe nel medesimo piano verticale. Una di esse, che vien rappresentata da *A*, è alquanto immersa nell' acqua, che si vuol sollevare, e l' altra *B* è collocata nel sito ove si vuol quella far ascendere. All' intorno di esse avvolgesi la corda *ACBD*, la quale ritorna in se medesima mercè la stretta unione de' suoi capi. E' cosa naturale l' immaginare che dando moto alla ruota dentata *F* col mezzo del manubrio *G* rivolgerassi nel tempo stesso il rocchetto *E*; e la girella superiore *B*, che ha un asse comune con siffatto rocchetto: per conseguenza si aggireranno similmente la corda senza fine *ACBD*, e la girella inferiore *A* immersa nell' acqua. Or la posizione ascendente *AC* di codesta corda sì per cagione del violento moto di rotazione; il quale spinge su l' acqua da *A* verso *C*; sì per la forza di una certa naturale aderenza, che questo elemento ha con essa corda, porta seco in alto una notabilissima quantità di acqua, che la riveste intorno intorno alla guisa di un cilindro sovraposto. Giunta quest' acqua a contatto colla girella superiore *B* concepisce una forza centrifuga sì grande che ne viene spruzzata d' ogni parte con somma violenza nella direzione di un gran numero di tangenti. Per tale oggetto la girella *B* si tiene perfettamente rinchiusa al di dentro di una cassetta, la cui sezione viene

(*) La descrizione d'alcune delle seguenti machine è tratta dalla Fisica Esperimentale del Sig. Giuseppe Poli.

indicata dalle lettere *abcd*. Ciò fa sì, che l'acqua spruzzata contro le sue pareti, cada in essa, e quindi ne sgorghi fuori nel canale *nH* versandosi così entro la vasca destinata a riceverla.

La cassetta indicata è talmente formata, che l'acqua raccolta in essa non può scorrere giù di bel nuovo; come si può facilmente ravvisare nel modello esistente nel Gabinetto di questa Reale Scuola Politecnica, e Militare.

Vuolsi avvertire che qualora la ruota dentata *F* non fosse comodamente accessibile, per cagione dell'altezza del sito, a cui l'acqua si dee sollevare, uopo è far uso in sua vece della gran ruota *I*, la quale mercè della corda *LEM* ravvolta intorno ad un rotellino collocato in *E* in luogo del rocchetto, faccia quindi girare le girelle *B*, ed *A* insiem colla corda *ACBE* nel modo già detto. Ognun vede però, che in questo caso non si ha quel risparmio di forza, che si può ottenere facendo uso della gran ruota *I* se non se qualora la necessità lo richiedesse.

La corda *ABCD* può esser costrutta nel modo ordinario, cioè di forma cilindrica, oppur fatta a treccia: può essere di canape, oppur di *stramba*, ossia fune di *spartea*, volgarmente *libàno*, la quale per verità riesce migliore, sì perchè solleva una maggior quantità di acqua, date uguali le altre cose, sì perchè non è così soggetta a marcirsi, ed a sfilacciarsi, senza rammentare inoltre il risparmio della spesa. Potrebbesi in luogo della fune far uso di una sottil catena di ferro; ed anche in vece della girella potrebbesi usare un cilindro, cui fossero avvolte più corde per accrescere il risultato, o la quantità d'acqua.

Questa machina è pregevolissima per la sua semplicità, per la tenuità della spesa, per la perpetua, e non interrotta quantità d'acqua, e per la considerabile altezza, cui puossi questa sollevare. Oltre a che ha ella il notabile vantaggio di poter sollevare l'acqua anche in direzione obbliqua: ciocchè può riuscire assai comodo in parecchie occorrenze.

Poco dissimile da questa è la machina a *catena*, o a *rosario*, che pur consiste in una corda o catena, guernita di piccioli globi, o cilindri di cuojo, la quale ravvolgesi intorno a due cilindri. In questa lo stropicciamento è grandissimo. Suolsi comporre ancora coll' asse nella ruota, ossia co' rocchetti, e ruote dentate, ed alla corda, o catena sono annesse delle secchie disposte oppurtunamente in modo che attingono l'acqua di un pozzo, ed inalzandola la versano per irrigar gli orti, o i giardini.

DELLE VARIE SPECIE DI TROMBE IDRAULICHE.

389. Delle diverse specie di Trombe daremo una breve idea lasciandone le minute descrizioni, le moltiplici forme, e modificazioni loro, non che i molti calcoli, che ne riguardano la costruzione, ed il meccanismo, agli Autori d'Architettura Idraulica, o a coloro, cui più tempo rimane da impiegare in simili dettagli.

Si dice *Tromba Idraulica* un composto di tubi metallici di diametri diversi, insieme combinati, per la cavità de' quali coll'ajuto d'uno stantuffo, o embolo, e di alcune valvole, o animelle, può salire l'acqua spinta o dalla sola pres-

sione dell' aria esterna, o dal solo sforzo dello stantuffo, o da ambe sì fatte cagioni insieme.

Distinguonsi le trombe in semplici, e composte. Semplici sono la *Tromba aspirante*, la *Tromba elevatoria*, la *Tromba premente*; ma poichè elleno rare volte sogliono adoperarsi sole, bensì quasi sempre combinate insieme; perciò le esamineremo come composte, cioè nel tempo stesso *aspiranti* ed *elevatorie*, *aspiranti* e *prementi*; ciò facendo si avrà ben anche idea delle semplici.

Immaginatevi un cilindro cavo *ABCD* unito nella sua inferior parte *AD* ad altro tubo cilindrico *HE*, che venga immerso in una vasca d' acqua, e di cui l' apertura superiore *I* sia coperta da una specie di valvola o animella, la quale si apre soltanto in sù a guisa del coperchio di una tabacchiera. L' indicato cilindro nella sua cavità ha un embolo, o stantuffo *KR*, il quale si fa salire, e scendere per mezzo di una leva *NO*. L' apertura *I* del tubo s' immagini esattamente chiusa dalla valvola, e lo stantuffo immediatamente sovraposto a questa. Tostochè si deprimerà il braccio *PO* della leva, lo stantuffo verrà a sollevarsi nella situazione *TRV*; per conseguenza l' aria contenuta tra la valvola *I*, ed il fondo dello stantuffo *R*, quando egli era abbassato, si dilaterà in virtù della elasticità occupando lo spazio *TVHX*. Dilatata però questa poca aria, e quindi debilitata la sua molla naturale, ne avverrà necessariamente, che la colonna esteriore dell' atmosfera, la quale esercita la sua pressione sulla superficie dell' acqua in *FG*, divenendo preponderante per l' indicata cagione, forzerà l' acqua medesima ad ascender-

Fig. 13.

e

pel tubo *EH*, e quindi a sollevar la valvola *I* per gettarsi entro la tromba, e riempiere lo spazio *STVX*, donde potrebbe sgorgar fuori nel caso che vi fosse un buco nel lato.

Ognun vede esser questo appunto il meccanismo dell' ordinaria *siringa*, che è realmente una semplice tromba aspirante. Ma se lo stantuffo *TKV* avesse un foro *R* nel suo fondo guernito di una valvola *K*, che si aprisse all' insù; ne avverrebbe che deprimendo lo stantuffo si chiuderebbe la valvola, e l' acqua contenuta nello spazio *STVX* non potendo uscirne per altra strada monterebbe in sù pel foro *R*, e sollevando la valvola *K* passerebbe al di sopra dello stantuffo medesimo, il quale venendo sollevato col mezzo della leva trarrebbe seco l' acqua, e la farebbe sgorgar per *M*. Se dunque come nel primo caso lo stantuffo non avesse foro, la tromba sarebbe solo *aspirante*, e nel caso ch' egli avesse il foro colla indicata valvola, sarà ella anche *elevatoria* nel tempo stesso. Ma se lo stantuffo con questa valvola fosse tuffato nell' acqua senza che fosse il tubo chiuso in *I*, costituirebbe la semplice tromba *elevatoria*.

Lo stantuffo suole in pratica non essere molto alto, dal che addiviene, che situato il medesimo troppo distante dalla superficie dell' acqua, è necessario ripetere più volte il movimento dello stesso prima che siasi estratta tutta l' aria dal sito *STVX*, e l' acqua cominci a passare sopra lo stantuffo. Per rendere più pronto l' effetto della tromba dovrebbe collocarsi lo stantuffo talmente basso, che fosse anch' esso immerso quasi nell' acqua; nella quale disposizione si ha un altro vantaggio, ed è che il cuojo, di cui sono for-

mate le valvole, si mantiene sempre umido, e gonfio, onde chiude i buchi più esattamente di ciò faccia allorchè è secco: essendo necessario quand' egli è tale d' inumidirlo gettando acqua per l' apertura della tromba, senza di che la machina non produce l' effetto, che si vuole. Ma siccome s' incontrano talora certi impedimenti, per cui non si può tanto abbassare, e collocare nell' acqua lo stantuffo, così in tal caso fa d'uopo valersi del tubo indicato *HE*, adattato esattamente alla tromba per mezzo di viti; frapponendovi un pezzo di cuojo sottile, o di pelle affinchè l' aria non possa passare per questo congiungimento. Questo tal tubo aspirante può collocarsi verticale, inclinato, o piegato, avvertendo che non vi sia buco alcuno, e che sia di diametro più piccolo di quello della tromba *ADTV*.

390. Se l' indicata tromba aspirante abbia lo Fig. 113 stantuffo del tutto solido senza veruna animella, e senza foro, ma abbia ne' suoi lati un tubo *MN*, verrà a costituire una *tromba di compressione*. Imperciocchè coll' alzare dello statuffo *K* l' acqua sale nella parte *ASTD* del cilindro per entro al tubo *EI*, come si è già detto; ed abbassandosi lo stantuffo non potendo ella ritornare indietro per cagione che si chiude immediatamente la valvola, nè potendo passare al di sopra dello stantuffo per esser egli del tutto solido, verrà obbligata a farsi strada per entro al tubo *MN*, e formerà un getto più o meno alto a tenore delle circostanze. Essendo un tal getto originato dall' abbassamento dello stantuffo, ognun comprende, che egli cessa del tutto nell' atto che lo stantuffo si solleva. Che però affin di render-

lo perenne si suole aggiungere al tubo *MN* un recipiente d' aria *FOG* guernito di un tubo *PL* addattando alla cima *N* del primo tubo la valvola *O* simile all' animella *I*. Ciò fa sì che qualora l' acqua monta in *L* in virtù dell' abbassamento dello stantuffo *K* per farsi strada in qualche parte per entro al tubo *LP*, vien ella in quell' istante a condensar la massa d' aria contenuta nella parte *FPG* del recipiente. Quest' aria condensata svilnppando la natìa sua elasticità, e perciò cercando di dilatarsi tosto che lo stantuffo si solleva, premerà in giù l' acqua *FG*, e chiudendo con ciò la valvola *O*, forzerà l' acqua medesima ad imboccarsi per *L* entro al tubo, ed a sgorgar fuori con impeto per l' opposta estremità *P* del tubo stesso.

Fig. 133 Per ottenere che l' acqua esca di continuo dall' orificio della tromba premente, come sarebbe da *L*, si suole anche accoppiare due trombe prementi in modo, che comunichino ambedue collo stesso tubo ascendente *ACL*, ed i stantuffi sono disposti in modo, che quando uno ascende, l' altro discenda. In tal disposizione il manubrio *HKH*, che si aggira intorno al perno *P*, serve a muovere gli stantuffi congiunti allo stesso manubrio, il quale vien mosso dalle potenze applicate in *K*. Soglionsi anche combinare in altre maniere queste trombe aspiranti, e prementi insieme. Indicheremo or ora gli Autori, ove se ne potrà riscontrare la descrizione, ed il meccanismo, non meno che il modo di costruirle, e la Statica delle medesime.

391. Sollevandosi l' acqua nelle trombe aspiranti in forza della pressione dell' aria atmosferica, è chiaro che le acque in queste trombe non

si possono sollevare al di là di 32 piedi (palmi napoletani 39) ; anzi a minore altezza si solleveranno attese le varie resistenze. Se però la tromba aspirante rendasi anche elevatoria mercè dello stantuffo aperto in mezzo, e fornito della già indicata valvola, potrà portarsi l' acqua ad un' altezza tanto maggiore dei 30, o 32 piedi consueti, quanta è l' elevazione di detto stantuffo, che suol essere di sei in otto piedi. La sola tromba premente è atta a spigner l' acqua ad altezze assai maggiori; ond' è che si fa grand' uso di essa nella costruzione di quelle machine, le quali sono destinate a spegner gl' incendj. Le più ordinarie di cotali machine sono capaci di somministrare un gran getto d' acqua perenne, il quale per via di tubi pieghevoli di cuojo si può agevolmente dirigere verso qualunque parte dell' edifizio attaccato dal fuoco, potendo spingersi l' acqua sino alle più alte cime di quelle.

392. Convien render ragione della difficoltà sempre maggiore, che si và successivamente esperimentando nell' alzare lo stantuffo a proporzione che cresce il vuoto della tromba, e del tubo aspirante, e quindi a proporzione che l' acqua va salendo. Quando lo stantuffo s' innalza da *SX* a *TV*, l' aria della tromba, e del tubo và dal grado d' elasticità naturale passando a' gradi d' elasticità successivamente minori, e tanto minori della naturale, quanto ne bisogna per sostenere in un tubo vuoto l' acqua all' altezza, alla quale è giunta allora nella tromba. L' aria interna ha dunque minori gradi di forza per opporsi, o bilanciare la pressione, che fa la colonna atmosferica sullo stantuffo da sù in giù. Quindi in ogni alzata di questo alla potenza nel principio si op- Fig. 131

pone il solo di lui peso; e poscia l' istesso peso coll' aggiunta di una forza, che va sempre crescendo finchè in giungere lo stantuffo in *TV* diventa uguale al peso d' una colonna d' acqua dell' istessa base dello stantuffo, e dell' altezza, alla quale si trova allora giunta ella nella tromba. Vale a dire la potenza, per la prima volta, che innalza lo stantuffo fa il minimo sforzo, nelle volte seguenti fa sforzi continuamente maggiori.

Quando poi la tromba non ha più aria dentro di essa, allora ad ogni alzata di stantuffo l' acqua, che l' accompagna, lo spinge da giù in sù coll' eccesso della pressione atmosferica sulla pressione dell' istessa acqua salita nella tromba; il quale eccesso si va rendendo continuamente minore, e minore a misura che lo stantuffo più, e più si avvicina a *TV*. Con si fatti eccessi dunque si va l' acqua successivamente opponendo alla pressione atmosferica, colla quale l' aria esterna sforza sempre lo stantuffo da sù in giù. In conseguenza in ogni alzata del medesimo la potenza muove in ogni momento il peso dello stantuffo, e 'l peso d' una colonna d' acqua dell' istessa base dello stantuffo, e dell' altezza di quella, che nel medesimo momento si trova salita nella tromba. Or poichè la potenza nella tromba aspirante, ed elevatoria oltre allo stantuffo innalza anche l' acqua, che è passata al di sopra di esso, quando la tromba è piena: e ad ogni alzata quant' acqua s' innalza al di sotto dello stantuffo, tanta se ne scarica per *M* da sopra; la detta potenza deve continuamente muovere non solo il peso di quello, ma il peso d' una colonna d' acqua dell' istessa base dello

stantuffo, e che ha per altezza l'altezza della tromba sul livello dell'acqua *FG*, diminuita però di quanto importa la parte corrispondente di detta colonna, che uguaglia in grandezza lo spazio, che occupa nell'acqua lo stantuffo.

393. Per via di trombe aspiranti combinate talvolta colle prementi si costruisce similmente la famosa *tromba a fuoco*, ossia *a vapore*, descritta nelle opere di Beldoro, e Desaguliers, ma poi modificata in altra guisa, e perfezionata da Watts, e Boulton, ne' quali se ne potrà riscontrare il meccanismo. E poichè un eccellente modello di cotal machina, fatto costruire dal Sig: Poli a norma di quelle costrutte in Inghilterra, può vedersi nel gabinetto della nostra Reale Scuola Politecnico-Militare, mi dispenserò da farne un minuto dettaglio, riserbandomi a farne la spiegazione sul modello medesimo.

Tal machina dicesi tromba a vapore per motivo che la potenza, che la fa operare, non consiste in forza di uomini, nè di animali; ma bensì nel vapore dell' acqua bollente; il quale esalando di continuo da una gran caldaja piena d'acqua, collocata al di sopra di una picciola fornace, ed introducendosi in una tromba, fa quivi alternativamente il vuoto, ed il pieno in virtù del meccanismo della stessa macchina. Imperciocchè dopo che l' indicato vapore internatosi nella tromba fa montar lo stantuffo in forza della sua elasticità, apresi tosto una valvola, pel cui orificio introducendosi nella tromba stessa un violento spruzzo d' acqua di natural tamperatura, viensi a condensare il detto vapore, cosicchè cagionandosi nell' istante una specie di vuoto nella capacità della tromba, la colonna d' aria esterna

sovrastante allo stantuffo mettesi nello stato di potere esercitare la sua forza, e quindi di deprimerlo efficacemente. Ciò fa sì che il detto stantuffo or si deprima, ed or si sollevi, comunicando lo stesso movimento, mercè d' un braccio di leva, allo stantuffo di un altra tromba a se parallela, la quale tuffata colla sua parte inferiore, alla guisa delle trombe ordinarie, dentro l' acqua del fiume, o altra, che si vuol sollevare, la fa poscia ascendere a considerabili altezze. L'ispezione della machina ne farà meglio conoscere il meccanismo, e gli effetti.

I suoi usi, e vantaggi sono innumerabili per essere grandissima la sua efficacia non solamente per sollevare qualunque quantità di acqua a qualsivoglia altezza, ma eziandio per fornirne alle cartiere, a' molini, ed a' canali navigabili, per disseccare laghi, e paludi di qualunque estensione, per produrre de' moti continuati, e regolari in qualsisia direzione. Ella opera di giorno, e di notte senza interruzione, e con egual facilità si arresta a piacere. Mercè l' efficacia di quel solo modello, che abbiamo in questa Reale Scuola Militare, tutto che di picciola mole, viene innalzato un volume notabile di acqua per entro a una tromba; si fa girare un mulino, che macina effettivamente del grano; si dà moto a un altro, che maciulla il lino; e si fanno agire de' martelli per uso di ferriera.

Lo stesso signor Poli, cui siam debitori di questo modello, ne fece costruire una in grande di queste machine in Inghilterra, che fu collocata presso i fortini di Capua per innalzare le acque del Volturno ad oggetto d' inaffiare in tempo di state le reali praterie, ed i campi di Car-

ditello. Colla medesima si poterono sollevare 500 piedi cubici d'acqua fino all'altezza di 25 piedi nel tratto di un minuto, e per conseguenza 30 mila piedi cubici in un ora. Consideri ognuno quale immensa copia ella fosse atta a sollevarne nell' intervallo di 24 ore.

Quì porta il pregio di avvertire, che la detta tromba, (come ci fa riflettere il citato Autore nella sua Fisica esperimentale), destinata ad innalzar l'acqua, può separarsi dalla machina a vapore, ossia da quel cilindro, ove abbiam notato introdursi il vapore dell'acqua bollente, donde deriva il potere della machina. Allora mercè di questa sola combinazione, o meccanismo della caldaja, si può dar moto a cartiere, a mulini, e ad ordigni di ogni sorta, talvolta con gran vantaggio, specialmente in luoghi, che scarseggiano di acqua bastante a dar moto a simili machine.

DELLA TROMBA SPIRALE.

394 Questa è una machina idraulica atta ad innalzare l'acqua indipendentemente dall'aria. Chiamasi anche *vite*, o *chiocciola d'Archimede*, la quale ci da pure un indizio non equivoco del grande ingegno di quel sommo Matematico. Consiste ella in un cilindro *AB*, intorno a cui si ravvolge un tubo *CDNG*. L'estremità *C* di questo tubo tiensi immersa nell'acqua durante il giro della machina, e l'opposto *G* giace presso il bacino *H*, ove quella si vuol versare. Fig. 134

Dicesi angolo d'inclinazione della chiocciola, l'angolo, che fa l'asse del cilindro *AB*, o qualunque suo lato col livello, o superficie orizzontale dell'acqua, che si vuol attingere: **chiamasi** ***angolo della chiocciola*** l'angolo acuto,

che formerà la tangente della chiocciola, in qualunque suo punto col lato del cilindro procedente pel medesimo punto.

Inclinandosi il cilindro *AB* ad un angolo minore di 40.° sul piano orizontale, e facendo girare il manubrio *I*, l' acqua introdottasi nel tubo per l' estremità *C* va scendendo di mano in mano da *O* in *L*, da *L* in *M* ec. sino a *G* in forza del proprio peso; e quindi ascende in tal guisa coll' aggirarsi che fa il cilindro *AB* lungo il tubo spirale *CG* in modo da destar maraviglia a chicchessia.

Nel caso che si avesse il comodo, e l' abbondanza di acqua corrente, potrebbe ella farsi girare col mezzo della ruota *K* fatta a palmette, e risparmiar la potenza da applicarsi al manubrio *I*. Il gran difetto di questa machina è quello di non poter fare ascendere l' acqua se non se a picciole altezze, a meno che non si voglia ella raddoppiare, o triplicare; la qual cosa non sempre torna conto di farsi.

Basterà intorno all' uso di questa machna avvertire 1.° che in generale per far sì che il primo giro della chiocciola si riempia d' acqua, almeno in gran parte, è necessario che sia l' angolo d' inclinazione della chiocciola minore dell' angolo dell' istessa chiocciola; e tanto sarà maggiore la detta porzione del giro, che riempirassi d' acqua, quanto più piccolo sarà il primo angolo per rispetto del secondo.

2.° L' angolo della chiocciola si può fare della grandezza che si vuole: però conviene regolarlo sempre colla lunghezza maggiore, o minore, che deve avere, secondo le circostanze, il cilindro intorno, a cui deve essere avvolta la chiocciola; poichè nella chiocciola un angolo maggiore

esige maggior numero di giri, un angolo minore un numero minore; e 'l numero maggiore, o minore di giri fa che, entrata l' acqua in tutta la lunghezza della chiocciola, sia ella più, o meno pesante. Intanto stabilito l' angolo della chiocciola conveniente al bisogno, si deve stabilire per angolo della sua inclinazione un angolo anche convaniente all' uopo, purchè sia considerabilmente minore di quello della chiocciola.

Costrutta, e disposta convenientemente la chiocciola, siccome colla prima rivoluzione vi entra, e resta nel primo giro la massima quantità possibile di acqua, così colla seconda rivoluzione entra, e resta nel primo giro altrettanta quantità d' acqua; e quella, ch' era nel primo giro, passa, rivolgendosi, nel secondo, restandovi tra le acque de' due primi giri un intervallo pieno d' aria. Similmente, continuando le rivoluzioni, in ognuna di esse entra nel primo giro altrettanta nuova acqua, e quella del secondo giro passa successivamente nel giro terzo, quarto ec., e finalmente esce dalla luce superiore, la quale si fa cadere in un vaso, e da tale vaso si dirige, dove il richiede il bisogno. Ecco pertanto in che modo con la vite, o coclea d' Archimede s' innalza dell' acqua a una competente altezza.

DELLA RUOTA IDRAULICA.

395. Passiamo ad esaminare una machina, ove l' acqua applicata mette in moto tutte le sue parti. Per lo più vi suol essere una gran ruota, che ricevendo l' urto della corrente trasmette il moto alle parti della medesima machina. Soglionsi nella circonferenza *ADOL* di questa ruota fissare stabilmente certe tavole chiamate *palmette*, o Fig. 135

ali della ruota come *AB*, *GH*, *IK* ec., che sono ordinariamente normali al piano della ruota, e rettangolari. L' acqua correndo incontra successivamente queste palmette, e costringe la l' ruota ad aggirarsi con una certa forza, che dipende insieme dalla posizione di queste ali, dal loro numero, dalla lor grandezza, e dalla proporzione delle celerità della ruota, e dell' acqua.

396. Quanto alla posizione delle palmette, o ali, non si penerà molto a convincersi che delle due piccole aree rappresentate da *Aa*, *Gg*, l'inclinata *Gg*, benchè presenti all' acqua maggior superficie, e sia in qualche maggior distanza *CG* dal punto *C* d' appoggio, riceve però un urto assai più debole di quell' urto diretto, che riceve la superficie normale alla direzione dell' acqua corrente; onde prescindendo da qualunque altro ostacolo, quanto più spesso le ali della ruota torneranno alla situazione *AB*, ove l' urto è diretto, tanto ne sarà più grande la forza. E di qui può concludersi, che il maggior numero d' ali, data la necessaria distanza fra di loro, è il più vantaggioso, specialmente se il moto della ruota non sia molto veloce. Non conviene però moltiplicar le ali in modo che non resti ai filetti fluidi un certo intervallo, per cui agiscano liberamente. L' esperienza può singolarmente fissar questo numero; e da essa appreso abbiamo, che ad una ruota di 4, o 5 piedi di diametro convengono circa 20, o 24 ali, e che questo numero può diminuirsi quando la loro immersione nell' acqua è considerabile. Anche la molta larghezza di queste ali, trattandosi d' una ruota immersa in un fiume, contribuisce alla forza, poichè quanto più si allarga la data superficie dell' ala, tanto è più grande l' impulsione: ma se la ruota

sia mossa da una quantità d' acqua ristretta in canali, giacchè quanto l' ala è più larga tanto è minore l' altezza della data acqua, e perciò anche il suo impulso; converrà contentarsi d' una mediocre larghezza d' ali. Infine è chiaro che la celerità della ruota potrà stimarsi ben proporzionata con quella della corrente, quanto la quantità di moto uniforme, che ella produce nella resistenza qualunque, che se gli oppone, sarà la più grande che possa aversi.

397. Sia ora m la massa, o la resistenza da vincersi, v la velocità uniforme di essa, e d la sua distanza dal punto d' appoggio: sia c la celerità mezzana dell' acqua, ed x la cercata velocità uniforme della ruota. Inoltre il piano AB, ossia la palmetta, che riceve dall' acqua l' urto diretto chiamasi s; f si chiami quest' urto diretto; ed h la distanza CA del centro C della ruota dal centro A di quest' urto; sarà $c-x$ la celerità residua del fluido (376); ed mv la quantità di moto della resistenza, la quale perciò dovrà essere un massimo.

Or se suppongasi che un piano qualunque p, esposto normalmente all' acqua, riceva da essa l' urto, o forza φ; si avrà (374, 375).

$$f : \varphi = s(c-x)^2 : pc^2$$

e quindi $$f = \frac{s\varphi(c-x)^2}{pc^2}.$$

Ma dall' equilibrio che in ciascun' istante si produce, e si distrugge tra la resistenza, e la forza, abbiamo (34, 90)

$$md = fh = \frac{sh\varphi(c-x)^2}{pc^2};$$

e dal moto uniforme di ambidue viene

$$v : x = d : h,$$

onde $d=\frac{vh}{x}$; dunque $mv=\frac{s\varphi x(c-x)^2}{pc^2}$, che dee essere un massimo.

Si differenzj pertanto quest' espressione, e si avrà $\frac{d(mv)}{dx}=\frac{s\varphi c^2-4s\varphi cx+3s\varphi x^2}{pc^2}=0$; cioè

$x^2-\frac{4cx}{3}=\frac{-c^2}{3}$; e perciò $x=\frac{2c\pm c}{3}$; ove il segno $+$ darebbe $x=c$, ossia la celerità della ruota uguale a quella dell' acqua; valore che non serve, mentre allora cesserebbe ogni urto; ma il segno $-$ dà $x=\frac{c}{3}$, massimo cercato, da cui si vede che per avere il più grande effetto della ruota bisogna che la sua celerità sia $\frac{1}{3}$ di quella dell' acqua: e l' esperienza infatti, poco scostandosi dalla teoria, fa giungere la celerità della ruota a $\frac{2c}{5}$. Sostituito il valore di x, e fatto $p=s$, si trova la quantità di moto

$$mv=\frac{s\varphi x(c-x)^2}{pc^2}=\frac{4\varphi c}{27};$$

e poichè chiamando a l' altezza dovuta alla celerità c dell' acqua, si ha la forza della pressione, o dell' urto diretto $\varphi=a\,sr$ (577), sarà finalmente il valor assoluto del cercato massimo $mv=\frac{4ascr}{27}$, cioè la ruota produce il suo massimo effetto quando è capace d' imprimere la celerità c della corrente al prisma d' acqua $\frac{4as}{27}$.

598. Da quanto poc' anzi ho accennato ben si comprende, che le ali, o palmette in una ruota debbono essere disposte in modo, che intanto che una, come *AB*, riceve la percussione diretta dall' acqua, le due contigue ad essa debbono co' loro estremi toccare, o di poco immergersi nella superficie dell'acqua, senza avere parte alcuna immersa; altrimenti più fili d' acqua verrebbero dalla parte immersa dell' ala *GH*, per esempio, impediti di percuotere direttamente l' altra *AB*, e percuoterebbero obbliquamente *GH*; e la parte immersa *IK* non solamente non riceverebbe percussione alcuna dall' acqua, ma sarebbe nella necessità di rimuovere l' acqua, che incontrerebbe nell' uscire dalla medesima; cose ambedue di diminuzione di forza alla rota. Quindi se determinata $ga = \surd(Cg^2 - Ca^2)$, si trova in ordine ad Cg, ad ag, ed al seno tutto un quarto proporzionale, questo sarà il seno dell' angolo gCa. Dunque si farà noto l' angolo, che determina la distanza, che deve avere una palmetta dall' altra; e quindi il numero delle palmette, che deve aver la ruota.

599. Combinando le leggi di Statica colle leggi, che ricavansi da tutto ciò che fin' ora abbiamo esperimentato, si deduce, che in una machina mossa da una ruota a palmette si può accrescere l' effetto, vale a dire ottenere il massimo vantaggio coll' accrescere la quantità dell' acqua, o col dare maggior caduta alla stessa quantità, o col procurare che una data quantità d' acqua vada ad urtare, o ad agire contro le palmette con direzione ad esse normale: o finalmente combinando tutte queste condizioni assieme. Conviene però qui osservare, che non puossi lasciare ad arbitrio del Machinista l' accrescere la veloci-

tà della stessa quantità d' acqua ; poichè quando se le dà una gran cascata, l' acqua diventa bianchiccia, e spumante, e si converte in gocce minutissime ; dal che avviene, che l' azione sua nelle palmette riesce poi meno efficace. Questo fenomeno (indicato singolarmente da Papacino) si manifesta in una proporzione diversa a misura che varia la quantità dell' acqua adoperata. Per la qual cosa non si può d' un tal fenomeno determinare altrimenti la legge, se non col fare una serie di sperienze, in cui si stabilisca la massima caduta a diverse quantità d' acqua, le quali trascorrendo in certe determinate inclinazioni del canale, non si scapiti nella forza. Il risultato di queste sperienze servirebbe nè casi particolari per disporre una machina mossa dalla ruota a palmette nelle circostanze più vantaggiose per avere il massimo lavoro : essendo questo il punto di precisione, che dee prefiggersi il Machinista per non moltiplicare mai a proposito il numero delle machine.

400. Non possiamo quì ulteriormente trattenerci nella descrizione di altre machine idrauliche, che gli antichi non meno che i moderni hanno inventate o per giuoco, e per lusso, o per vantaggio dell' Agricoltura, e delle Arti. Benchè stimabili, ed ingegnose, pure non possono trovar luogo in questi Elementi, a' quali è prefissa una inviolabile brevità. Del resto co' principj fin quì esposti potrà ognuno con facilità da se intendere e le diverse costruzioni, e gli usi diversi di tutte le altre consimili machine, secondo i diversi bisogni inventate. Chiunque desiderasse ulteriori istruzioni sul moto delle acque, e sulle machine mosse da queste, come altresì intorno alle leggi, ai calcoli, ed ai metodi pra-

tici, che li riguardano potrà ricorrere alle Opere di Belidoro, di Bernoulli, di Desaguliers, di Mariotte, di Bossut, di Prony, ed alla celebre Raccolta italiana de' Scrittori delle acque correnti. Questi Autori hanno trattato di proposito la Meccanica de' fluidi, e l' interessante, e dilettevole oggetto delle machine idrauliche.

F I N E.

INDICE DELLE MATERIE

Meccanica.

Statica

Dell' equilibrio de' corpi solidi.

Le due componenti sono in ragione inversa de' seni degli angoli, che fanno le loro direzioni con quella della risultante. 41.
Le medesime due forze sono reciprocamente proporzionali alle perpendicolari abbassate da un punto qualunque della risultante sulle loro direzioni. ibid.
Data una forza potrassi decomporre in due, una delle quali sia di valere determinato, passi per un certo punto, e sia parallela ad una retta data di posizione. ibid.
La risultante di tre forze applicate a un medesimo punto, ma le direzioni delle quali non sono nel medesimo piano, ella è sì per la sua quantità che per la sua direzione la diagonale del parallelepipedo formato su quelle porzioni delle direzioni di queste forze, che esprimono le loro rispettive quantità. 42.
Una risultante qualunque può decomporsi in tre altre forze rispettivamente parallele a tre rette date, tirate da un istesso punto nello spazio. 42.
Si troverà la risultante di più forze applicate ad un istesso punto secondo qualunque direzione, decomponendo ciascuna forza in tre altre dirette secondo tre assi rettangolari tirati dal medesimo punto, moltiplicandola successivamente pe 'l coseno dell'angolo, che essa fa con ciascuno di questi assi. Fatta la somma delle forze, che agiscono per la direzione di ciascun asse, risulteranno sole tre forze perpendicolari tra di loro. 43.
La risultante di due forze parallele, che agiscono pel medesimo verso è parallela alle direzioni di queste forze, ed è uguale alla loro somma: e le distanze della direzione di questa risultante alle direzioni delle forze sono reciprocamente proporzionali a queste forze medesime. 44.
Se dividasi la direzione delle due forze parallele, e della loro risultante, per una qualunque retta, ciascuna di queste forze potrà essere rappresentata per la parte di questa retta intercettata dalle altre due. 46.
Si potrà decomporre una forza in due altre, che a quella siano parallele, e delle quali ne sia data una, non meno che il punto, ov' è applicata. 46.
In fine si potrà decomporre una forza in due altre a quella parallele, ed applicate a due punti dati. ibid.

De' momenti.

Del loro uso nelle composizione della forze, e delle equazioni d' equilibrio.

Il momento della risultante di due forze parallele per rapporto a un punto qualunque preso nel piano di queste forze è uguale alla somma de' momenti di queste forze. 47.
Il momento della risultante di più forze parallele situate nel medesimo piano, relativamente a un punto qualunque di questo piano, è uguale alla somma de' momenti di queste for-

ze, dando sempre alle forze, e alle distanze i segni convenienti. 47.

Il momento della risultante di più forze, che hanno direzioni diverse in un istesso piano, relativamente a un punto qualunque di questo piano, è uguale alla somma de' momenti di queste forze. 49.

Il momento della risultante di più forze parallele non situate nel medesimo piano per rapporto a un piano parallelo alle direzioni di queste forze, o per rapporto una retta tirata in un piano perpendicolare a queste forze, è uguale alla somma de' momenti di queste forze. 52.

Del centro di gravità

Idea del centro di gravità.

Modo di determinarlo praticamente. 56.

Per rapporto al centro di gravità la somma de' momenti de' corpi, che sono da una parte, è uguale alla somma de' momenti de' corpi, che sono dall'altra parte. 58.

Per avere il centro di gravità di un sistema qualunque di corpi, conviene determinare prima il centro di gravità particolare di ciascun corpo; prender quindi la somma de' loro momenti, rapporto a tre piani rettangolari; e dividere ciascuna somma per la massa del sistema. I quozienti saranno le coordinate del centro di gravità. 59.

Non può in un corpo esservi più d'un centro di gravità. 59.

Principali conseguenze, che derivano dalla nozione del centro di gravità de' corpi. 60.

Trovare il centro di gravità di una linea retta; e del perimetro di un poligono qualunque. 62.

Il centro di gravità dell'area d'un triangolo trovasi a due terze parti della distanza dal vertice d'uno degli angoli nella retta dal detto vertice abbassata sulla metà del lato opposto. 63.

Si può anche dire che il centro di gravità di un triangolo è lo stesso che quello di tre punti materiali, ed uguali situati nel vertice dei tre angoli di questo triangolo. Infine la distanza dello stesso centro di gravità da un asse tirato nel piano medesimo, o in qualunque altro piano, è uquale alla terza parte della somma della distanaa de' vertici degli angoli a quell'asse, o a quel piano. *ibid.*

Ritrovare in varj modi il centro di gravità dell'area di un poligono regolare, o irregolare. 64.

La distanza del centro di gravità di un Trapezio dalla base maggiore è nella retta, che divide per metà le due basi parallele, a tale distanza della base suddetta, che è quarta proporzionale in ordine alla somma delle due basi, a questa somma accresciuta della minor base, ed alla terza parte della retta indicata. 65.

Delle machine .

Delle resistenze, e delle alterazione, che praticamente s' incontrano nella teoria dell' equilibrio.

Dinamica

Del moto de' corpi solidi.

Se due corpi partono nel tempo stesso dal comun vertice di due piani diversamente inclinati, arriveranno contemporaneamente all'estremità delle perpendicolari abbassate su questi da un punto stesso della loro comune altezza. *ibid.*

I tempi impiegati da due corpi nel percorrere le lunghezze di due piani inclinati qualunque sono fra loro come le lunghezze de' piani divise per le radici quadrate delle loro altezze. 221.

Determinare i spazj nel tempo stesso percorsi pel piano inclinato, e per la verticale. Problemi a ciò relativi. *ibid.*

Del moto curvilineo in generale.

Un corpo, che successivamente percorre più lati contigui inclinati, perderà una porzione finita della sua velocità nel passare da un lato all'altro, se l'angolo d'inclinazione sarà di una finita quantità. Ma se il detto angolo fosse infinitamente piccolo, non solo la perdita della velocità sarà un infinitesimo, ma anzi un infinitesimo di second' ordine. 222.

Un corpo in qualunque punto di una curva avrà quella stessa velocità, che acquistato avrebbe discendendo per una verticale uguale all'altezza dell' arco descritto, indipendentemente dalla natura della curva. 224.

Le velocità acquistate da due corpi dopo aver percorsi due archi, che terminano all' istesso punto, sono come le corde di questi archi. 225.

Quali condizioni richiedonsi acciò un corpo descriva una linea curva; ed in quanti modi puossi questa considerare descritta. 226.

Delle forze centrali.

Idea delle forze centrali. Forza centripeta, e forza centrifuga. Condizioni acciò la curva descritta sia circolare. 229.

Acciocchè un corpo considerato come privo di gravità descriva una circonferenza di cerchio d'un determinato raggio mercè d'una forza diretta al suo centro, e di una celerità primitiva impressagli, è necessario che la forza centrale sia alla gravità, come l'altezza dovuta alla velocità di projezione impressa sta alla metà del raggio. 230

Se un corpo descrive una circonferenza di cerchio in virtù di una forza diretta al centro, e d'una velocità impressagli, la sua velocità è uniforme, e la forza centrale è costante. 231.

Riflessioni sulle combinazioni delle forze centripeta, e centrifuga. 232.

Le forze centrali di due mobili sono fra di loro in ragion composta della diretta delle masse, e de' quadrati delle velocità, e della inversa de' diametri, o de' raggi delle circonferenze descritte. 234.

Se le forze centrali di due corpi, che percorrono disuguali

Dell' oscillazione de' pendoli semplici.

in luoghi differenti, la forze di gravità sono in ragione delle lunghezze de' pendoli stessi. *ibid.*

I numeri delle oscillazioni, che due pendoli differenti possono fare nel medesimo tempo, e nello stesso luogo, sono in ragion reciproca delle radici quadrate delle lunghezze di questi pendoli. *ibid.*

I numeri delle oscillazioni fatte in tempi uguali da pendoli di diversa lunghezza, e in diverse latitudini, sono nella ragione inversa delle radici delle lunghezze divise per le radici delle differenti forze di gravità. 250.

Applicazione di questa teoria per conoscere la diminuzione, e l'aumento della gravità: per ritrovare la lunghezza del pendolo a secondi in qualunque luogo: e per determinare lo spazio, che dee descrivere un corpo cadendo in un minuto secondo. 250.

Un corpo impiega meno di tempo a cadere per un piccolo arco di cerchio, di cui la tangente inferiore è orizzontale, che non ne impiegherebbe a cadere lungo il diametro. Quindi la linea retta è bensì il più corto cammino, ma non è già sempre il cammino che esige il minor tempo. 252.

Del pendolo composto.

Come un pendolo semplice si può considerare cangiato in composto. Idea del *centro de' momenti*; ossia del centro d'oscillazione, o di percossa. 253.

La dottrina de' pendoli composti tutta si può ridurre a trovare il loro centro d'oscillazione; ovvero la lunghezza del pendolo semplice, che faccia le sue vibrazioni nel tempo stesso del pendolo composto. 254.

La distanza del centro d'oscillazione dal punto di sospensione in un pendolo composto qualunque si ha dividendo la somma de' momenti delle forze, (ossia la somma di ciascun peso moltiplicato pel quadrato della rispettiva distanza) per l'aggregato di tutte le forze, ossia per la somma dei pesi moltiplicati per ciascuna distanza. 255.

Conseguenze immediate, che si ricavano da questo teorema. 256.

Ritrovare il centro d'oscillazione, o di percossa di una retta, di un rettangolo, e di un triangolo. 257.

Determinare il centro di percussione di una parabola, la quale gira col suo vertice intorno la tangente, o intorno un asse di moto parallelo all'ordinata. 259.

Non solo si troverà il centro d'oscillazione supponendo che il punto fisso, intorno a cui la superficie s'aggira, sia nel perimetro delle superficie medesima, ma potrassi ritrovare ancora nell'ipotesi che questo punto sia fuori della medesima. 261.

Determinare il centro di percossa di un parallelepipedo, o di un cilindro: di una sfera, di un cono, o d'un conoide ec. 262.

Trovare immediatamente coll'esperienza il centro d'oscillazio-

Del moto de' projetti.

Della comunicazione del moto.

Idrostatica

Dell' Equilibrio de' corpi fluidi.

Della pressione scambievole, e dell' equilibrio tra i fluidi, e i solidi.

Idrodinamica.

Del moto de' fluidi.

Del moto de' fluidi nell' evacuazione de' vasi.

Del moto de' fiumi.

Della percussione dell' acqua contro le superficie de' corpi.

Delle machine idrostatiche, ed idrauliche,



INDICE DE' CAPITOLI